الجمهورية اللبنانية
وزارة التربية الوطنية والشباب والرياضة
المركز التربوي للبحوث والإنماء

مناهج التعليم العام وأهدافها

تعميم رقم ٣٥/م/٩٨
تاريخ ١ تموز سنة ١٩٩٨

تفاصيل محتوى منهج مادة الرياضيات

السنة الثانية من كل حلقة ومرحلة

وبالتربية نبني ...

الجمهورية اللبنانية
وزارة التربية الوطنية والشباب والرياضة
المركز التربوي للبحوث والإنماء

مناهج التعليم العام

وأهدافها

تعميم رقم ٣٥/م/٩٨

تاريخ ١ تموز سنة ١٩٩٨

تفاصيل محتوى منهج مادة الرياضيات

وبالتربية نبني ...

مقدمة

ان هذه الملاحق الصادرة بتعاميم عن وزارة التربية الوطنية والشباب والرياضة بناء على اقتراح مجلس الاخصائيين في المركز التربوي للبحوث والانماء، تشكل جزءا متمما لمناهج التعليم العام وأهدافها التي أقرت بموجب المرسوم رقم ١٠٢٢٧ تاريخ ١٩٩٧/٥/٨، وهي تتناول النقاط التالية:

اولا: تفاصيل محتوى المناهج والاهداف التعلمية، عند الاقتضاء:

ان تفاصيل مناهج بعض المواد الدراسية وأهدافها التعلمية قد صدرت في ملاحق المرسوم المذكور، في حين انه، بالنسبة لمناهج مواد دراسية اخرى، فان هذه الشؤون تقع في نطاق التعاميم المشار اليها أعلاه.

وغني عن القول ما لتفاصيل محتوى المناهج من الأهمية في سبيل ضبط العملية التعليمية لدى المعلم ومؤلف الكتاب المدرسي.

أما الاهداف التعلمية، فان لها الدور الأهم في توجيه هذه العملية والمساهمة في تحقيق وتجسيد الأهداف الخاصة من تعليم المادة الدراسية على مستوى السنة والمرحلة الدراسية، وصولا الى تحقيق الغاية والأهداف العامة والخاصة المتوخاة من مناهج التعليم.

وبالنظر الى هذه الأهمية التي ترتديها هذه الاهداف، فانها جاءت مرتبطة بالمحتوى، قابلة للقياس، بحيث انها تحدد ما ينبغي تنميته لدى المتعلم من مهارات وقدرات ومواقف، تتناسب مع عمره، وتتوافق مع خصوصية المادة، وتؤمن التكامل في شخصيته بابعادها المختلفة.

ثانيا: الوسائل والانشطة:

لقد وردت هذه الوسائل والأنشطة مترافقة مع الأهداف التعلمية، مكملة لها، بحيث تؤدي الى:

- مساعدة المعلم في عملية التدريس.
- تمكين المتعلم من تنفيذ بعض الأنشطة واستخدام الوسائل والتجهيزات المعينة في عملية التعلم.
- تنمية روح المشاركة والاختبار، عند المتعلم، داخل المدرسة وخارجها من خلال الأنشطة والرحلات العلمية والثقافية والترفيهية.
- تعزيز التواصل والتكامل بين المدرسة ومحيطها الخارجي.
- تسهيل عملية اعداد المتعلم للحياة العملية.

ثالثا: طرائق التدريس:

تعتبر طرائق التدريس المدخل الصحيح لوضع مضامين المناهج موضع التنفيذ، وايصالها الى المتعلم بطريقة محببة وأسلوب سلس.

لذا تم تضمين التعاميم، طرائق تدريس حديثة، تتسم بالمرونة والطواعية، بحيث يسهل على المربي اتباعها وتطويرها بمرونة فاعلة وايجابية هادفة تؤدي الى:

- تنمية روح المشاركة والتفاعل بين المعلم والتلاميذ.
- تعزيز روحية العمل الفريقي.
- تنمية الفكر النقدي للمتعلم.
- تعويده على اتباع المنهجية العلمية في البحث.
- جعله قادرا على تحديد المواقف وتحليلها وتقييمها بوعي وموضوعية.
- تمكينه من اتقان مهارات محددة ومعينة في جمع المعلومات وبلورة المفاهيم وحسن استخدامها.

رابعا: اساليب التقييم:

ان قياس فعالية المناهج التعليمية ونجاحها في تحقيق أهدافها العامة والخاصة، يرتكز على اساليب التقييم المعتمدة، والتي ترشد الى أي مدى حققت عملية التعليم الاهداف المنشودة منها.

ولهذا الغرض تضمنت التعاميم انماطا عدة مقترحة من اساليب التقييم، تتوافق مع طبيعة المادة وعمر المتعلم، بحيث تساعد على:

- تحديد وقياس مدى فعالية المنهج.
- ضبط مسار التعليم ومراقبة صحة التنفيذ بما يكفل نجاح العملية التعليمية بمختلف عناصرها.
- قياس مدى نجاح طرائق التدريس والانشطة والوسائل في المساعدة على بلوغ المنهج غاياته وتحقيقه الاهداف المرجوة منه.
- التعرف على قدرات التلميذ وميوله وتوجيهه بما يتلاءم معها.
- التعرف على انواع المهارات والمعارف التي حققها المتعلم واكتسبها خلال عملية التعلم او في نهايتها.
- قياس مستوى التحصيل ومدى التقدم الذي احرزه المتعلم.
- تحديد النواقص والثغرات التي يفترض معالجتها لتحسين معارف المتعلم وتنمية قدراته.

واننا اذ نضع هذه الملاحق التعميمية بين ايدي المربين والمعنيين بالشأن التربوي نأمل ان تشكل مرتكزا يمكن ترجمة مضامينه الى كتب مدرسية، جيدة المحتوى، واضحة الاهداف، محددة الاساليب، والى وسائل وأنشطة متنوعة، تنمي قدرات المتعلم ومداركه بما يحقق الاهداف المرجوة من مناهجنا التعليمية الجديدة.

الدكوانة في ١ آب ١٩٩٧
رئيس المركز التربوي للبحوث والانماء

منير ابو عسلي

مطبعة صادر
هاتف: ٠١/٥٠٢٥٣٥

تعميم رقم ٣٥/م/٩٨

تفاصيل محتوى منهج

مادة الرياضيات

(الأهداف، الوسائل، الطرائق والأنشطة)

(السنة الثانية من كل حلقة ومرحلة)

ان وزير التربية الوطنية والشباب والرياضة،

بناء على المرسوم رقم ٩٥٠١ تاريخ ١٩٩٦/١١/٧ (تشكيل الحكومة)،

بناء على المرسوم رقم ١٠٢٢٧ تاريخ ١٩٩٧/٥/٨ المتعلق بتحديد مناهج التعليم العام ما قبل الجامعي واهدافها،

يوضح ما يلي:

اولا: بموجب المرسوم رقم ٩٧/١٠٢٢٧ المشار اليه اعلاه صدرت المناهج الجديدة للتعليم العام ما قبل الجامعي ونشرت في الجريدة الرسمية في العدد رقم ٢٦ تاريخ ١٩٩٧/٦/٤.

وقد نصت المادة ٦ منه على ما يلي:

«بالنسبة لكل مادة تعليمية، تحدد، عند الاقتضاء، تفاصيل محتوى المناهج والأهداف التعلمية، كما تحدد الوسائل والطرق والانشطة العائدة لها، بتعاميم يصدرها وزير التربية الوطنية والشباب والرياضة بناء على اقتراحات يضعها مجلس الاخصائيين في المركز التربوي للبحوث والانماء وفق الاصول المعتمدة لاعداد المناهج او تعديلها».

ثانيا: عملا بالمرسوم المذكور والقوانين والانظمة المرعية الاجراء يطلب من المدارس الرسمية والخاصة ودور النشر ومؤلفي الكتب المدرسية التقيد باحكام هذا المرسوم، واعتماد الملاحق المرفقة بهذا التعميم، التي وضعت تطبيقا لاحكام المادة ٦ منه، وذلك وفق الترتيب الزمني التالي:

العام الدراسي	السنوات المنهجية
١٩٩٧ ـ ١٩٩٨	ـ الروضتان الاولى والثانية. ـ الاولى والرابعة والسابعة والاولى ثانوية، اختباريا.
١٩٩٨ ـ ١٩٩٩	ـ الاولى والرابعة والسابعة والاولى ثانوية. ـ الثانية والخامسة والثامنة والثانية ثانوية، اختباريا.
١٩٩٩ ـ ٢٠٠٠	ـ الثانية والخامسة والثامنة والثانية ثانوية. ـ الثالثة والسادسة والتاسعة والثالثة ثانوية، اختباريا.
٢٠٠٠ ـ ٢٠٠١	ـ الثالثة والسادسة والتاسعة والثالثة ثانوية.

ثالثا: ان وزارة التربية الوطنية والشباب والرياضة تملك صلاحية البت في الكتب المدرسية والمنشورات التربوية وسائر الوسائل التربوية لجهة امكان اعتمادها في المدارس الرسمية والخاصة، وذلك عملا بالمادة الاولى من القانون الصادر بالمرسوم رقم ٢٣٥٦ تاريخ ١٩٧١/١٢/١٠ المتعلق بانشاء المركز التربوي في هذه الوزارة، علما بان هذه الصلاحية ستمارس وفق آلية تحدد لاحقا.

رابعا: ان مناهج التعليم الجديدة والتفاصيل المرفقة بهذا التعميم هي قيد الدراسة المستمرة من قبل المركز التربوي المذكور، في سبيل تطويرها، وذلك عملا بالمادة ٣ من المرسوم رقم ٩٧/١٠٢٢٧ المشار اليه اعلاه.

خامسا: على ذلك كله، فاننا نعلق اهمية بالغة على التعاون الكلي بين وزارة التربية الوطنية والشباب والرياضة وجميع المعنيين بالشأن التربوي، لما فيه خير النشء والوطن.

سادسا: ينشر هذا التعميم ويبلغ حيث تدعو الحاجة.

بيروت في ١ تموز ١٩٩٨

وزير التربية الوطنية والشباب والرياضة

جان عبيد

تفاصيل المحتوى منهج
مادة الرياضيات

الصادر بالمرسوم رقم ١٠٢٢٧ تاريخ ٨ أيار ١٩٩٧
(في السنوات الثانية من كل حلقة ومرحلة)

الفهرس

الصفحة

التعليم الاساسي
المرحلة الابتدائية
الحلقة الأولى
السنة الثانية
الحساب والجبر
١.الأعداد الطبيعية ٨
٢.الجمع ١٠
٣.الطرح ١١
٤.الضرب ١٣
٥.القسمة ١٤
الهندسة
١.الموضعة والمعلمة ١٥
٢.المِجسّمات ١٥
٣.الأشكال المستوية ١٦
٤.التحويلات ١٧
القياس
١.الطول ١٧
٢.الكتلة ١٨

الحلقة الثانية
السنة الخامسة
الحساب والجبر
١.الأعداد الطبيعية ١٩
٢.الكسور ٢١
٣.الأعداد العشرية ٢٣
٤.الجمع ٢٣
٥.الطرح ٢٤
٦.الضرب ٢٥
٧.القسمة ٢٦

الهندسة

١.الموضعة والمعلمة ٢٧
٢.المجسمات ٢٧
٣.الأشكال المستوية ٢٨
٤.التحويلات ٢٩

القياس

١.الطول ٣٠
٢.المساحة ٣١
٣.الزاوية ٣١
٤.السعة ٣٢

الاحصاء

١.إدارة المعلومات ٣٢

المرحلة المتوسطة

السنة الثامنة

الحساب والجبر

١.الأعداد الطبيعية ٣٣
٢.الكسور ٣٤
٣.الأعداد العشرية ٣٥
٤.الجذور التربيعية ٣٥
٥.العمليات ٣٦
٦.التناسبية ٣٨
٧.العبارات الجبرية ٣٨
٨.المعادلات والمتراجحات ٣٩

الهندسة

١.الموضعة والمعلمة ٤٠
٢.الهندسة في الفضاء ٤١
٣.الأشكال المستوية ٤٣
٤.التحويلات والمتجهات ٤٥

الاحصاء

١.إدارة المعلومات ٤٦

التعليم الثانوي

السنة الثانية ـ فرع الانسانيات

الجبر

١.المرتكزات ٤٧

٢.الحساب العددي والحرفي ٤٨
٣.المعادلات والمتراجحات ٤٩
٤.كثيرات الحدود ٥٠

التحليل

١.التعاريف والتمثيل ٥١
٢.الاتصال والاشتقاق ٥٤
٣.التكامل ٥٧

الاحصاء والاحتمال

١.الإحصاء ٥٩
٢.الاحتمال ٦١

السنة الثانية - فرع العلوم

الجبر

١.المرتكزات ٦٣
٢.الحساب العددي والحرفي ٦٥
٣.المعادلات والمتراجحات ٦٦
٤.كثيرات الحدود ٦٨
٥.الأعداد ٦٩

الهندسة

١.الدراسة التقليدية ٧٣
٢.الدراسة المتجهية ٧٨
٣.الدراسة التحليلية ٨٤
٤.التحويلات المستوية ٨٦

التحليل

١.التعاريف والتمثيل ٩٠
٢.الاتصال والاشتقاق ٩٤
٣.التكامل ٩٧

حساب المثلثات

١.الخطوط المثلثية ٩٨
٢.المعادلات المثلثية ١٠٠
٣.التوابع الدائرية ١٠١

الاحصاء والاحتمال

١.الاحصاء ١٠٣
٢.الاحتمال ١٠٥

التعليم الأساسي

المرحلة الابتدائية

الحلقة الأولى

السنة الثانية

الحساب والجبر(١٢٠ سا)

١. الاعداد الطبيعية (٢٥ سا)

لقد تطرق التلاميذ في السنة الأولى الى الأعداد الأصغر من ١٠٠ ، ولعل أعداداً أكبر من ١٠٠ قد واجهتهم، شفهيا أو خطيا، خارج نطاق المدرسة.

إن مرحلة بناء العدد ومرحلة العدّ الشفهي تسبقان المرحلة الخطيّة . ومن المهمّ جدّا أن يمثّل التلميذ الأعداد بواسطة وسائل حسّية، شرط ألاّ يصبح أسيراً لوسيلةٍ وحيدة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. الأعداد الأصغر من ١٠٠٠.	١. التوسّع في سلسلة الأعداد الطبيعية حتى الـ ١٠٠٠. ٢. كتابة عدد من ثلاثة أرقام في نظام التّرقيم العشري. ٣. قراءة هذا العدد. • التعرّف الى ال١٠٠ على أنها: – العدد الذي يلي ٩٩؛ – ٩٩ + ١؛ – ١٠ عشرات.	إن مرحلة المئة هي مرحلة أساسيّة، إذ لا مراحل أخرى قبل الألف. وبكلام آخر ما إن تدخل المئات حتّى يُصبح التلميذ قادراً على كتابة أي عددٍ أصغر من ١٠٠٠، غير أنّنا نذكّر بأن الأعداد الأولى التي هي أكبر من ١٠٠ هي الأكثر صعوبة في التّعلُّم. إن ١٠٣ مثلاً، هي أشدّ صعوبة من ١٦٥. في عدد مؤلّف من ثلاثة أرقام نتحدث عن رقم العشرات (أو المئات) فقط. أمّا مفهوم عدد العشرات (أو المئات) فيترك للصفوف الأعلى .

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• كتابة المئات بالأرقام. • قراءة الأعداد الأصغر من ١٠٠٠ وكتابتها بالأرقام. • تعيين رقم الآحاد ورقم العشرات ورقم المئات في عددٍ ما.	
٢.١. القراءة والكتابة بالأحرف للأعداد الأصغر من ١٠٠.	١. كتابة الأعداد من ١ الى ١٠٠ بالأحرف.	لقد عرف التلميذ كتابة الأعداد التي هي دون الـ ١٠٠ بالأرقام وربّما الأعداد التي هي فوقها. وتتمّ كتابة الأعداد بالأحرف وكذلك قراءتها بالترابط مع درجة تعلُّم اللغة.
٣.١. الترتيب؛ الرمزان < و >؛ التمثيل على مستقيم.	١. المقارنة بين عددين محصورين بين ١ و ١٠٠٠ واستخدام الرمزين < و >. ٢. ترتيب سلسلة من الأعداد. • المقارنة بين عددين واستخدام الرمزين < و >. • ترتيب أعداد. • تحديد العدد الذي يسبق مباشرة عدداً مفروضاً، والعدد الذي يلي مباشرة عدداً مفروضاً. • تمثيل الأعداد على مستقيم. • العدّ عشرة عشرة، مئة مئة. • تسوير عدد أصغر من ٩٩ بمضاعفين متعاقبين للعشرة. • تسوير عددٍ أصغر من ٩٩٩ بمضاعفين متعاقبين للمئة.	لقد تعلَّم التلميذ في السّنة الأولى كيف يقارن بين عددين أصغر من ١٠٠ دون استعمال الرمزين < و >. ويشكِّل هذا الصف فرصة للمقارنة بين الأعداد الأصغر من ١٠٠٠ واستخدام الإشارتين < و > إستخداماً صحيحاً. نوصي بعدم المغالاة في ذلك، وأن يبقى ماثلاً في الأذهان ان بإمكاننا ترتيب الأعداد وتمثيلها وإظهار تواليها على خط دون اللجوء إلى هاتين الإشارتين. ومن الأهمية بمكان أن نميِّز بين التلميذ الذي يُخطىء في استخدام الإشارتين < أو > وبين ذلك الذي لا يعرف أيّ العددين هو الأكبر. بوسعنا القيام المقارنة بين عددين انطلاقاً من كتابتيهما المبسّطتين. يُعتبر تمثيل الأعداد على خط أداة لبعض النشاطات العددية في هذا الصف. يجب أن يكون بوسع التلميذ اللجوء الى ذلك وفقاً لحاجاته الخاصّة. وليس إلزامياً ان يكون هذا الخط مرقّماً.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.١. الكتابة المبسّطة.	١. كتابة عدد بشكل مبسّط. • تقديم الكتابة المبسّطة لعدد. • كتابة عدد عُرفتٍ كتابته المبسّطة.	إن الكتابة المبسّطة للأعداد تسير بموازاة تعلم كتابة الأعداد، وهي أساس لا غنى عنه لمعرفة جميع التقنيات الإجرائية التي ستُكتَسَب لاحقاً، وهي أيضاً أساس لتمارين الحساب الذهني.

٢. الجمع (٣٠ سا)

إن الجدارة في إتقان تنفيذ تقنيّة الجمع هو أحد الأهداف الأساسية لهذه السنة. وبموازاة ذلك نتبسَّط في أساليب الحساب الذهني فنهيئ التلميذ على هذا النحو لأن يختار لاحقاً التقنية الأكثر تناسباً مع الوضع المفروض.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. حفظ جداول الجمع.	١. إكمال المعادلات الجمعية أياً كان موقع المجهول. ٢. حفظ نتائج جداول الجمع حتّى جدول الـ ٩. • إكمال المعادلات الجمعية أياً كان موقع المجهول. • إكمال المعادلة التالية عن ظهر قلب، أ + ب =...، باعتبار أ وَ ب أصغر من ٩.	إن تحليل الأعداد إلى مجموع عددين يسهّل حفظ جداول الجمع. وهذا الحفظ يساعد على إتمام أية معادلة جمعية دون اللجوء إلى وسائل حسية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.٢. إتقان التقنية الإجرائية.	١. جمع عددين مفروضين. • جمع عددين مفروضين في حالتين: – وجود فائض واحد للحمل. – وجود فائضين للحمل. • الجمع الذهني لعددين مجموعهما مضاعف لـ ١٠ وأصغر من ١٠٠. • إضافة ٩ أو ١٠ أو ١١ ذهنياً إلى عدد مفروض. • إقامة الرابط بين الجمع ومفهوم "ن المزادة". • جمع عددين أصغر من ١٠٠ انطلاقاً من كتابتهما المبسّطة.	في حال جمع ثلاثة أعداد أكبر من ١٠، لا يُلْزَمُ التّلميذ على وضع الأعداد الثلاثة بعضها تحت بعض عمودياً. ومن الأسهل احياناً جمع عددين، ثم جمع حاصلهما مع العدد الثالث. وعلى غرار أية تقنية إجرائية فإننا ننصح بأن يُترك التلميذ خلال فترة من الوقت لكي ينمّي وسائله الاستكشافية قبل تدريبه على خوارزمية الجمع. ومع ان الاستعانة بوسائل للترقيم العشري تشكّل تمثيلاً بصرياً لهذه التقنية، غير أننا ننصح بالتخلي عنها ما إن يفهم التلميذ هذه التقنية.

٣. الطرح (٣٠ سا)

لقد أُدخل الطرح في السنة الاولى دون ربطه بالجمع. وفي هذه السنة سنتعامل مع الطرح كعملية عكسية للجمع.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. العملية العكسية للجمع.	١. التعرّف الى الطرح كعملية عكسية للجمع. • إستخدام الكتابة الطرحية لوصف وضعية إتمام عدد إلى عدد مفروض.	إن الرابط بين الجمع والطرح: – يتيح للتلميذ أن يعطي على الفور نتيجة فرق ما. – يسهّل حلّ بعض الوضعيات التي تربط الجزء بالكل.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• الانتقال من المساواة الجمعية الى المساويات الطرحية. • الانتقال من مساواة طرحية الى مساواة جمعية. • الطرح الذهني لـ ١٠ و٢٠ و٣٠... من عدد مفروض. • الطرح الذهني لعدد ما من ١٠٠. • الطرح الذهني لعددين دون المئة لهما رقم الآحاد نفسه. • إختيار العملية المناسبة (+، –) لوصف الوضعيات.	– يمكن إستخدامه في السنة الثالثة بالتوازي مع تقنية الطرح، لطرح أعداد كبيرة، وذلك باعتماد الجمع بدل الطرح لحساب الفرق بين عددين دون استخدام تقنية الطرح.
٢.٣. التابع "طرح ن".	١. إتقان التابع "طرح ن" أ $\xrightarrow{-\text{ن}}$ ب • قراءة مخطط مقترن بعامل واستخدامه في تعيين العدد الناقص فيه. • تعيّن التابع +ن أو –ن الذي يربط سلسلتين من الاعداد أو من المقادير. • إستخدام المفاهيم "ن المزادة" أو "ن المنقصة".	إن التابع "طرح" يعمل على الحالة الأولية ليحوّلها الى الحالة النهائية. إن الاتقان الجيد لهذا التابع يفترض أن يكون التلميذ قادراً على إيجاد أحد الاطراف الثلاثة (الحالة الأولية، الحالة النهائية، التابع) إذا ما عرف الطرفين الآخرين. إن التمارين الحسابية المطلوبة تأخذ بالاعتبار مستوى اتقان عملية الطرح، علماً بأن الهدف ليس البراعة في الحساب. يجب استخدام التمثيل بمخطط العامل لحلّ اشكاليات وضعية تنطوي على مشكلات تجري في الزمن: قبل/الآن، الآن/بعد.
٣.٣. التقنية الاجرائية: الاستعارة من المنزلة المجاورة.	١. اتقان إجراء تقنية الطرح مع الاستعارة من المنزلة المجاورة. • اتقان إجراء الطرح مع الاستعارة من المنزلة المجاورة، على أن لا يكون رقم العشرات في العدد الأول صفراً.	يُقتصر هذه السنة على التقنية الاجرائية مع استعارة من المنزلة المجاورة. وتستبقى عمليات الطرح المعقدة التي يدخل فيها بخاصة الأصفار في العدد الأكبر، الى الصف الأعلى.

٤. الضرب (٣٠ سا)

يدخل الضرب كمختزل للكتابة الجمعية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. الجمع المكرّر	١. التعرّف الى الضرب كجمع مكرّر. • الانتقال من الكتابة الجمعية لعدد الى كتابته الضربية والانتقال من الكتابة الضربية لعدد الى الكتابة الجمعية المقترنة بها. • إكمال المعادلة أ × ب = ... (١≤ أ ≤ ٩؛ وَ ١≤ ب ≤ ٩). • إختيار العملية المناسبة (+، −، ×) لوصف وضعيات معينة. • إكمال المعادلات من النسق أ × ... = ج وَ ... × ب = ج.	لإدخال الضرب يُستحسن أن يتضمن الجمع المستخدم عدداً كبيراً من الحدود.
٢.٤. جداول الضرب: بناؤها (حتى ٩).	١. بناء جدول الضرب. • إكمال المعادلة أ × ب = ... (١≤ أ ≤ ٩ وَ ١ ≤ ب ≤ ٩). • الإنتقال من سطر في الجدول الى السطر الذي يليه.	إنطلاقا من البناء المنَظَّم او العشوائي لجدول الضرب، يستنتج التلاميذ قانون توالي الحدود. يستخدم هذا الجدول كمرجع للحسابات الأولى. وعلى هذا المستوى فالحفظ الكامل ليس إلزامياً. لبناء هذا الجدول نقترح القيام بتجميع الأعداد بدل إضافة حدٍ الى حد. وهكذا يستخدم التلميذ ضمنياً تجميع الضرب وكذلك توزيعه على الجمع. غير أنه من المفروض أن نتجنّب ترفيع هذه الحسابات المتخبطة الى مستوى القواعد والقوانين.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
		لا تبدأ تمارين الحفظ إلا بعد عدة أيام من النشاطات فتعطي بذلك للتلميذ الوقت والفرصة لوضع استراتيجيات شخصية للبحث عن النتائج، الأمر الذي يسهّل حفظ هذه النتائج.
٣.٤. الضرب بعدد ذي رقم واحد.	١. ضرب عدد معين بضاربٍ ذي رقم واحد. • ضرب عدد معين بعدد أصغر من ١٠، بالعودة الى جداول الضرب.	يُحصر العمل بالعمليات التي تنطوي على فائضٍ للحمل من النوع السهل. ليس التلميذ بحاجة لأن يكون قد حفظ كل النتائج قبل البدء بهذه التقنية: قد يجد النتائج التي يحتاجها في جدول الضرب الذي نظّمه، مما يتيح له ان يستخدم أداة يكون قد صنعها بنفسه، وأن يوسّع مهارات البحث عن المعلومات المفيدة في جوٍ يعتمد فيه على نفسه.

٥. القسمة (٥ سا).

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٥. تمهيد: تجزيء، توزيع.	١. تجزئة تجمُّع من الاشياء الى أجزاء متساوية. ٢. التوزيع بالتساوي لتجمُّع من الأشياء. • تجزئة تجمُّع من الأشياء المفروضة الى أجزاء متساوية. • ربط مفهوم القسمة بالطّرح المكرّر. • توزيع تجمُّع من الأشياء توزيعاً متساوياً	إنطلاقاً من نشاطات واقعية للتجزئة بالتساوي أو للتوزيع بالتساوي ينبغي أن تؤمن للتلميذ فرصة التوسع بالأساليب الاستكشافية للبحث عن حلّ، يكون من بينها الطرح المكرّر، ولا نُدخِل على هذا المستوى العلاقة بين الضرب والقسمة.

الهندسة (٢٠ سا)

١. الموضعة والمعلمة (٥ سا)

يوظّف التلميذ معارفه في تحديد المواقع لتعليم موقع النقطة على الخط أو على شبكة تربيع.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. معلمة النقطة.	١. تعيين موقع نقطة على خط. ٢. تعيين موقع نقطة على شبكة تربيع. • تعليم نقطة على خط بالنسبة لنقاط أخرى على الخط نفسه. • تحديد موقع خانة أو عقدة على شبكة تربيع بواسطة رمز معين. • تعيين موقع نقطة على منحنى أو على شبكة تربيع انطلاقاً من المعطيات.	للموضعة على شبكة تربيع نكتفي بالنشاطات التحضيرية التي لا تتطلب عمليات منطقية للجداء. يمكننا أن نعطي أمثلة من الكلمات المتقاطعة.

٢. المجسّمات (٥ سا)

هذه السنة يطلب من التلميذ ان يصف المجسّمات مستخدماً مفردات اصطلاحية، مثل: رأس، وجه، حرف.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. وصف المجسّمات: الرؤوس، الحروف والوجوه.	١. وصف المجسّمات. • تمييز رؤوس المجسّمات وحروفها ووجوهها. • التعرّف الى رؤوس المجسّمات من خلال أجسام معطاة او من خلال صورها. • التعرّف الى حروف المجسّمات من خلال أجسام معطاة أو من خلال صورها. • التعرّف الى وجوه المجسّمات من خلال أجسام معطاة أو من خلال صورها.	تتيح صور المجسّم تصوّر العناصر غير المرئية منه. ولا يمكن القيام بذلك إلاّ بعد معالجات عديدة وبالعودة الى الأجسام المحسوسة. ويلاحظ التلميذ أشكالاً مستوية كوجوه المجسّمات وحروفها ورؤوسها.

٣. الأشكال المستوية (٥ سا)

لقد تكوّن لدى التلميذ حتى الآن، إدراك هو بالأحرى كلّي للأشكال المستوية، وبالأخصّ للمضلعات. وسيتعلّم هذه السنة كيف يحلّل هذه الاشكال من حيث الأضلاع والرؤوس.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. قطعة المستقيم.	١. رسم قطعة المستقيم. • الرسم بواسطة المسطرة لقطعة مستقيم تحدها نقطتان. • رسم قطعة على مستقيم بطولٍ مفروض وبمعرفة طرف منها. • رسم قطعة المستقيم بطول مفروض وبمعرفة طرف منها.	نشدّد على الاستخدام المنظّم للمسطرة في رسم قطع المستقيم. وقد تكون هذه المسطرة في بداية التعلّم، حرف مكعب أو حرف متوازي مستطيلات.
٢.٣. وصف الاشكال المستوية: الأضلاع والرؤوس.	١. تمييز الرؤوس والاضلاع في الشكل المستوي. • معرفة العلاقات بين أطوال الأضلاع في كل من المربع والمستطيل. • معرفة عدد الأضلاع والرؤوس في كل من المثلث والمربع والمستطيل. • التمييز بين المربع والمستطيل من خلال تطابق الأضلاع. • بناء المربع انطلاقاً من عناصر مفروضة. • بناء المستطيل انطلاقاً من عناصر مفروضة.	إن المعالجات اليدوية ونشاطات القصّ والإنتساخ هي الوسائل التي ستستخدم. ولا يُدخل المظهر الوصفي والمفردات الملائمة إلا لأخذ العلم بالاختبارات التي أجريت. سيكون التلميذ قادراً بالقصّ واللّصق على تجميع شكلين ليكوّن منهما شكلاً ثالثاً. وسيعمل إذاً على الأجسام ولن يكون مراقباً فقط. وهكذا فإنه سيطوّر الكفايات الضرورية للهندسة. مع أنّ المربع هو مستطيل خاص، فإننا ننصح بتجنّب الوضعيّات التي قد تبعث على الإلتباس. إن النشاط الذي يقوم على إعادة بناء المضلّع إنطلاقاً من عناصر مفروضة واقعياً أو مرسومة، هو وضعية إشكالية تفسح في المجال لإجراءات التجربة والخطأ. وحين يقوم التلميذ بتحويلات على الشكل (بالقصّ والطيّ وتجميع شكلين)، فمن المهم ان يحرص على سلامة الشكل الأساسي ولهذا السبب ننصح بالانتساخ.

٤. التحويلات (٥ سا)

هذه السنة سيصبح التلميذ واعياً لأهمية محور التناظر كمَعْلَم.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.١. أشكال ذات محور تناظر.	١. البحث عن محاور تناظر لشكل مستو. • إيجاد محور تناظر في شكل مفروض بواسطة الطي. • إكمال رسم الشكل المفروض مع محور تناظر مرسوم بواسطة التناظر وعلى شبكة تربيع.	حثّ التلميذ على إيجاد طريقة، أو عدة طرق، لطي شكل بغية الحصول على جزئين متطابقين وبالتالي استنتاج محور التناظر أو محاور التناظر في الشكل.

القياس (١٠ سا)

١. الطول (٥ سا)

سبق ان تمّ التوسع على نحو كافٍ بمفهوم الطول وكذلك بمفهوم قياسه بواسطة وحدات كيفية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. قياس الأطوال: المتر، السنتيمتر.	١. القيام بقياسات للأطوال باستخدام المتر أو السنتيمتر. • قياس طول جسم بالسنتيمترات وباستخدام المسطرة. • رسم قطعة بمعلومية طولها بالسنتيمترات. • تسوير طول مفروض. • استخدام الرمز سم. • استخدام الرمز م.	نقتصر على المتر والسنتيمتر، وهما وحدتان مألوفتان في وسع الطالب مقاربتهما بسهولة. إيصال التلميذ إلى تقدير طول ما قبل قياسه واقعياً.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• استخدام ١م = ١٠٠سم. • مقارنة طولٍ مفروض بالمتر. • التعبير عن طول مفروض بواسطة السنتيمتر والمتر. • التعبير بـ السم عن الطول المعطى بـ "م وَ سم". • مقارنة طولين معبَّر عنهما بـ "م وَ سم".	

٢. الكتلة (٥ سا)

إن الخطة المتبعة لتعليم الكتلة هي نفسها المتبعة لتعليم الطول.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. مقارنة الكتل.	١. المقارنة بين كتلتين بواسطة ميزان بكفّتين. • استخدام الميزان بكفّتين. • استخدام العبارتين " أَثْقَلُ من " " أَخَفُّ من ". • استخدام الوحدات الكيفية لقياس كتلة الجسم. • استخدام الوحدات الكيفية للمقارنة بين كتلتي جسمين.	إن تمارين المقارنة هي أساساً من نوع النشاطات اليدوية.

الحلقة الثانية

السنة الخامسة

الحساب والجبر (١٠٠ سا)

١. الأعداد الطبيعية (٢٠ سا)

بعد أن بنى التلميذ بخطى وئيدة نظام الترقيم العشري، سيلجأ هذه السنة الى دراسته تحليلياً. وهذا التحليل سيجعل هذا النظام قابلاً للفهم، وسيتيح تعيين موقعه على نحو أفضل بالنسبة الى أنظمة أخرى سبق أن اطلع عليها (الترقيم الستوني) أو إلى اخرى قد يكتسبها لاحقاً. كما يتيح هذا التحليل التعميم الغقلاني لنظام الترقيم العشري، وبالتالي يؤدي الى فهم أفضل للأعداد العشرية.

ومن جهةٍ أخرى، سنتابع هذه السنة، بناء المفاهيم الضرورية لفهم أفضل للأعداد. وتتعلق هذه المفاهيم في جوهرها بالعلاقات التي تقيمها بين الأعداد عمليتا الضرب والقسمة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. خصائص قابلية القسمة على: ٣؛ ٤ وَ ٩.	١. البتّ بأن عدداً طبيعياً هو قابل للقسمة على ٣ أو ٤ أو ٩ من دون إجراء عملية القسمة. • إستخدام خصائص قابلية القسمة على ٣. • إستخدام خصائص قابلية القسمة على ٤. • تعيين السنوات الكبيسة. • إستخدام خصائص قابلية القسمة على ٩.	تُعرض خصائص قابلية القسمة دون أي برهان. ونستفيد منها في عمليات القسمة واختزال الكسور. وفي الصفوف اللاحقة ستسهّل هذه الخصائص البحث عن ال م. م. أص وَ ال ق. م. أك. بوسعنا إعطاء التلاميذ موضوعاً للبحث يتناول السنوات الشمسية: وهو موضوع أخّاذ رغم صعوبته. إن نشاطات أخرى، كالتحقق من صحة الضرب باستخدام العدد ٩، تهمّ التلاميذ، شرط عدم المغالاة فيها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١ المضاعفات المشتركة لعددين طبيعيين.	١. البحث عن مضاعفات مشتركة لعددين طبيعيين. • إيجاد مضاعفات مشتركة لعددين انطلاقاً من سلسلتي المضاعفات.	يجب الاقتصار على الأعداد الصغيرة. إن البحث عن ال م. م. أص. وال ق. م. أك. هو خارج المنهج. تعتبر الآلة الحاسبة مساعداً فعّالاً لتعيين سلسلة مضاعفات عدد.
٣.١ قواسم عدد طبيعي.	١. التعرّف الى كون عدد طبيعي قاسماً لعدد طبيعي مفروض. • التعرّف الى كون عدد طبيعي قاسماً لعدد آخر. • إقامة العلاقة بين مفهومي المضاعف والقاسم. • التعرّف الى أن "١" هو قاسم لكل عدد طبيعي .	إنطلاقاً من المساواة أ × ب = جـ أو من الشكل المكافئ جـ ÷ ب = أ (باعتبار ب ليست صفرية)، سيتعرّف التلميذ وسيتحقق من أن عدداً ما هو قاسم لآخر. إن البحث عن مجموعة قواسم عددٍ ما، مع أنه ليس هدفاً بحد ذاته، يمكن ان يعالج على أعداد صغيرة أو كتمرين للبحث على أعداد أكبر بقليل.
٤.١ القواسم المشتركة لعددين طبيعيين.	١. البحث عن القواسم المشتركة لعددين طبيعيين. • التعرّف الى قاسم مشترك لعددين طبيعيين. • إيجاد القواسم المشتركة لعددين أصغر من ٢٠.	ليس المقصود إيجاد كل القواسم المشتركة لعددين طبيعيين. وكذلك لن نتحدث عن قاسم مشترك أكبر، فهذا الموضوع هو خارج إطار المنهج. إننا سنقتصر على الأعداد الصغيرة. سيتحقق التلميذ من خلال التلمسات العشوائية مما إذا كان قاسم عدد ما هو أيضاً قاسم لعدد ثانٍ.
٥.١ نظام الترقيم العشري.	١. بناء واستخدام جداول الترقيم العشري. • استخدام العبارات "الأرقام" وَ "الأعداد" استخداماً صحيحاً.	سوف يعي التلميذ أن سلسلة الأعداد هي غير منتهية لدى معرفته المليون. وسيقوم بتوسيع الجدول الى اليمين والى الشمال على حدٍ سواء، فيقارب اللانهائي في الكبر وكذلك اللانهائي في الصغر.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التعرف الى رقم كل من الآحاد والعشرات والمئات في مختلف شطور العدد. • التمييز بين "رقم ال..." وَ "عدد ال...". • إيجاد كل من عدد العشرات أو المئات أو الآلاف في عددٍ ما. • تبسيط العدد $\overline{\text{أ ب جـ}}$ ... على الشكل التالي: أ + ١٠ × ب + ١٠٠ × جـ + ...	إن الكتابة المبسّطة لعددٍ ما، وهي تبسيط حداني، يمكن توظيفها مجدداً في صفٍ أعلى كتمهيد للحساب الجبري. إنطلاقا من تبسيط عدد ما بتجميع الآحاد، يتوصل التلميذ بسهولة أكبر الى التمييز بين "عدد ال..." و "رقم ال...".

٢. الكسور (١٠ سا)

لقد تعرّف التلميذ في السنة الماضية الى الكسور الأصغر من الوحدة أو المساوية لها. ونتطلع هذه السنة، الى توسيع هذا المفهوم الى كسور أكبر من الوحدة. وبالاستعانة بالتمثيل على المحور العددي ينتقل التلميذ بسهولة "من" مجموع عدد طبيعي وكسر أصغر من الوحدة "الى" كسرٍ أكبر من الوحدة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. تساوي واختزال الكسور.	١. التعرّف الى كسر من نوع $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ (أ > ب و ب ≠ ٠ (صفر)). ٢. البحث عن كسور مساوية لكسر مفروض. ٣. المقارنة بين كسرين. ٤. تمثيل كسور على المستقيم العددي. • معرفة أن لكل عدد طبيعي أ، $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ يعني أ مضروباً بـ $\frac{١}{\text{ب}}$.	إن البحث عن كسور متساوية يشتمل على اختزال للكسور. ويعتبر مفهوم الكسور غير القابلة للاختزال خارج المنهج. للمقارنة بين كسرين تعمد الطريقة المألوفة إلى تحويل الكسرين الى المقام نفسه. وينبغي أيضاً تعزيز الاجراءات الاستكشافية في المقارنة، وهكذا نتجنّب تبديل هذا التحويل إلى إجراء لا معنى له. ولهذا يكفي أن نخلق وضعيات يكون التحويل بالنسبة اليها غير ذي جدوى.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• حساب الكسر $\frac{أ}{ب}$ لعدد ن بنتيجة عمليتين متتاليتين " القسمة على ب"، و"الضرب بـ أ". • التعرّف الى كسرين متساويين. • بناء كسر مساوٍ لكسر مفروض. • تحويل كسرين الى المقام نفسه. • مقارنة كسر بـ ١. • المقارنة بين كسرين بعد تحويلهما الى المقام نفسه. • كتابة كسر مكافئ لعددٍ طبيعي مفروض. • تسوير كسر بعددين طبيعيين متعاقبين. • وضع كسور على خط الأعداد.	إن إقامة علاقة بين القسمة والكسر تتيح الانتقال بسرعة الى استعمال الآلة الحاسبة لاجراء المقارنة بين كسرين.
٢.٢. الأعداد المختلطة.	١. استخدام كتابات الأعداد المختلطة. • كتابة كسرٍ أكبر من الوحدة كمجموع عدد طبيعي وكسر أصغر من الوحدة. • تحويل كتابة كسر الى عدد مختلط والعكس بالعكس. • وضع عدد مختلط على خط الأعداد.	إن العدد المختلط يسهّل وضع كسرٍ على المستقيم العددي، ويتيح أفضل رؤية لترتيبه في الكِبَر ويعطي بالتالي معنى للكسور الأكبر من الوحدة. ليس المقصود في أية حال القيام بأعمال حسابية على هذه الأعداد.

٣. الأعداد العشرية (١٠ سا)

لقد تطرّق التلميذ منذ السنة الرابعة، الى الأعداد العشرية ذات المنزلة أو المنزلتين بعد الفاصلة. ومع أننا سنوسّع المفهوم هذه السنة، الى حالة المنازل المتعددة بعد الفاصلة، فاننا ننصح بتجنّب أي إفراط، وبالبقاء ضمن إطار اعتاده التلميذ.

إن مقارنة وتمثيل الأعداد العشرية يجب ان تتمّ بالتوازي مع الكسور التي هي أكبر من الوحدة ومع مفاهيم الطول والمحور العددي.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. المقارنة بين الأعداد العشرية وتمثيلها.	١. المقارنة بين عددين عشريين. ٢. كتابة عدد عشري على شاكلة كسرٍ مقامه أحد قوى ال ١٠، والعكس بالعكس. • التعرّف الى معنى "جزء من الف" و "جزء من عشرة آلاف". • استخدام جدول الترقيم الموضعي الموسّع لتمثيل عدد عشري. • المقارنة بين عددين عشريين. • إدخال عدد عشري بين عددين عشريين مفروضين. • تدوير عدد عشري.	إستخدام العلاقات بين الوحدات المترية لكتابة أعداد عشرية ذات منازل عدة بعد الفاصلة. إستخدام جدول الترقيم الموسّع لتمثيل الأعداد العشرية. خلق وضعيات تكون فيها نتيجة التقريب كافية، ومقارنتها بتلك الوضعيات التي تكون فيها النتيجة الدقيقة ضرورية.

٤. الجمع (١٥ سا)

على التلميذ أن يتقن هذه السنة جمع الكسور. وينبغي ألاّ يُعَلَّمَ البحث عن المقام المشترك بطريقة منهجية صارمة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. جمع الكسور.	١. جمع الكسور. • جمع كسرين. • جمع كسرين أحدهما عدد طبيعي. • إكمال كسر الى العدد الطبيعي الأقرب. • تطبيق خصائص جمع الكسور.	نقتصر على الحالات التي لا يتطلب البحث فيها عن مقام مشترك عملياتٍ حسابيةً معقّدةً. نحضُّ التلميذ على اختزال كتابة المجموع. نحرص على أن يلاحظ التلميذ التبديل في الجمع أثناء التمارين.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.٤. جمع الأعداد العشرية ذات المنازل المتعددة بعد الفاصلة.	١. جمع الأعداد العشرية. • جمع أي عددين عشريين. • جمع عدة أعداد عشرية. • الجمع بواسطة الآلة الحاسبة. • تقدير مجموع ما.	تجنّب الحسابات المفرغة من إطارها التي تتطلب أعداداً عشرية ذات منازل كثيرة بعد الفاصلة. يجب استخدام الآلة الحاسبة في الحسابات المعقدة خصوصاً عند حلّ المسائل. كما يجب تنويع المواضيع الحسيّة للمسائل. إن التقدير هو نشاط أساسي في ضبط الحساب.

٥. الطرح (١٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٥. طرح الكسور.	١. طرح الكسور. • طرح كسرين. • طرح عدد من كسر، والعكس بالعكس. • إيجاد الفرق بين كسرين.	نقتصر على الحالات التي لا يتطلب فيها البحث عن مقام مشترك عملياتٍ حسابيةً معقّدةً. نحضّ التلاميذ على اختزال كتابة الفرق.
٢.٥. طرح الأعداد العشرية ذات المنازل المتعددة بعد الفاصلة.	١. طرح الأعداد العشرية. • طرح أي عددين عشريين. • الطرح بواسطة الآلة الحاسبة. • تقدير الفرق.	تجنّب العمليات الحسابية المفرغة من إطارها والتي تتطلب أعداداً عشرية ذات منازل متعددة بعد الفاصلة. إستخدام الآلة الحاسبة في الحسابات المعقّدة خصوصاً عند حلّ المسائل. تنويع المواضيع الحسيّة للمسائل. إن التقدير هو نشاط أساسي في ضبط الحساب.

٦. الضرب (٢٠سا)

سيتقن التلميذ هذه السنة ضرب الأعداد. وإن استعماله الآلة الحاسبة والمعلومات التي كوّنها عن الأعداد الكبيرة ستتيح له معالجة المسائل الواقعية، وهذا ما سيطوّر عنده كفايات رياضية وإطلالة أكثر وضوحاً على دنيا الواقع.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٦. ضرب الأعداد العشرية.	١. ضرب الأعداد العشرية. ٢. ضرب عددين عشريين. ٣. ضرب عدد عشري بـ ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠.	سوف يدرك التلميذ أن جداء عدد ما بعدد عشري أصغر من الوحدة يكون أصغر من هذا العدد.
٢.٦. التابع "الضرب بـ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$".	١. ضرب عدد طبيعي بكسر. ٢. تطبيق التابع "الضرب بـ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$" في وضعيات إشكالية. • ضرب عدد طبيعي بكسر. • ضرب عدد عشري بكسر. • تحليل "الضرب بـ $\frac{\text{أ}}{\text{ن}}$" الى "القسمة على ن" و "الضرب بـ أ". • تحديد التابع $\frac{\text{أ}}{\text{ن}}$ الذي يصل بين سلسلتين من الأعداد.	يتعرف التلميذ التوابع "الضرب بـ ن" و"القسمة على ن". وتحضّر هذه الوضعية لمفهوم التناسبية، ومنه لمفهوم النسبة المئوية، والمقياس، الخ... ج × $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = (ج × أ) ÷ ب = (ج ÷ ب) × أ.
٣.٦. ضرب المدة بعدد طبيعي.	١. ضرب المدة بعدد طبيعي.	يجب تجنّب عمليات حسابية مفرغة من إطارها. يستحسن تناول وضعيات محسوسة وواقعية. كما يجب تدريب التلاميذ على حفظ المضاعفات الاولى لـ ٦٠.

٧. القسمة (١٠ سا)

سيتعلّم التلميذ تطبيق الخوارزمية العامة للقسمة. وسيكتشف أن بعض عمليات القسمة "تنتهي" بينما بعضها الآخر "لا ينتهي". وفي هذه الحالة الأخيرة، من الضرورة بمكان أن يكتشف أن الرقم الأخير في الآلة الحاسبة مقرّب الى العُشر.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٧. حاصل القسمة العشري.	١. قسمة عدد عشري على ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠. ٢. إجراء عمليات قسمة حاصلها عدد عشري. • قسمة عدد عشري على ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠. • تحديد حاصل القسمة العشري الصحيح لعددين عشريين. • تحديد حاصل قسمة عددين عشريين وتقريبه الى ٠،١ (أو إلى ٠،٠١) بالنقصان (أو بالزيادة). • قسمة عددين عشريين في الحالة التي يكون فيها حاصل القسمة أصغر من ١. • الاختيار، في وضعية محسوسة، بين القسمة مع باقٍ (حاصل القسمة عدد طبيعي) والقسمة مع حاصل عشري. • الاختيار، في وضعية محسوسة، لحاصل القسمة الأقرب الى عدد صحيح (أصغر أو أكبر) وتبرير هذا الاختيار.	بالنسبة للتلميذ، توجد ثلاثة أهداف جديدة ومهمّة: حاصل القسمة العشري الصحيح، حاصل القسمة العشري التقريبي وتأويل هذا الحاصل. حصر العمليات الحسابية في الحالات التي لا يتطلب البحث فيها عن حاصل القسمة عملياتٍ حسابيةً معقّدةً. الحرص على إعطاء مسائل يكون حاصل القسمة فيها أصغر من الوحدة.

الهندسة (٢٥ سا)

١. الموضعة والمعلمة (٣ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. المسافة بين المستقيمين المتوازيين.	١. معرفة ان المسافة بين مستقيمين متوازيين هي ثابتة. • التعرّف الى المسافة بين مستقيمين متوازيين. • قياس المسافة بين مستقيمين متوازيين. • إستخدام ثبوت المسافة بين مستقيمين متوازيين لرسم مستقيم متوازٍ مع مستقيم مفروض وعلى مسافة مفروضة.	بالرّغم من العنوان، ليس لهذا المفهوم الصفة الشكلية إطلاقاً: يجب استخدامه في الرسوم. ليس المطلوب حفظ أيّة خاصية أو أي تحديد.

٢. المجسّمات (٧ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. بسط المجسّمات.	١. التعرّف الى بساط المجسّم. • التعرّف إلى بساطات مختلفة لمجسم واحد وبناؤها بالطي والقصّ. • التعرّف إلى قاعدتي أسطوانة وتطابقهما. • التعرّف إلى بساط الأسطوانة.	المقصود بكل بساطة هو الأعمال التطبيقية.

٣. الأشكال المستوية (١٠ سا)

ان النشاطات الأساسية في هذه السنة هي تصنيف المضلعات الرباعية وفقاً لأقطارها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.١. الزاوية.	١. التعرّف الى الزاوية: الرأس والضلعين. • التعرّف الى ضلعي الزاوية وإلى رأسها. • الإستعمال الصحيح لتأشير الزاوية.	نُدخل الزاوية على أنها الرسم المُشَكَّلُ من نصفي مستقيمين ينطلقان من النقطة نفسها. التأشير س نْ ص.
٣.٢. الأقطار في المضلّع.	١. التعرّف إلى الأقطار في المضلّع ورسمها. • التعرّف إلى الأقطار في المضلّع. • رسم الأقطار في المضلّع.	
٣.٣. تصنيف الأشكال الرباعية وفقاً لأقطارها.	١. التعرّف إلى خصائص الأقطار في مضلعٍ رباعي خاص. • معرفة خصائص أقطار المضلعات الرباعية الخاصة في: التطابق والتعامد والمنتصف نفسه ومحاور التناظر. • التعرّف إلى مضلع رباعي وفقاً لأقطاره.	ستدرس خصائص الأقطار على رسوم بواسطة الطي أو التطابق أو القياس. إن حفظ هذه الخصائص ليس إلزامياً.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.٣. قطر الدائرة.	١. التعرّف الى قطر الدائرة. • رسم قطر دائرة مرسومة وذات مركز موضوع. • إستخدام العلاقة القطر = ٢ × الشعاع. • رسم دائرة طول قطرها معلوم. • رسم دائرة قطرها معلوم.	سبق أن عرف التلميذ الدائرة والقرص. ولعلّه أدرك أن القطر هو محور تناظر في الدائرة.

٤. التحويلات (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.١. التحاكي.	١. رسم شكل محاكٍ لشكلٍ مفروض. • نقل شكل من شبكة تربيع الى شكلٍ محاكٍ له في شبكة تربيع أخرى. • تكبير (مضاعفة مرتين، أو ثلاث ...) لشكل بنسبة بسيطة. • تصغير (الى النصف، أو الى الثلث ...) لشكل بنسبة بسيطة. • التحقق من أن شكلين متحاكيين هما متشابهان.	إن خصائص التحاكي هي على قدر كبير من التعقيد في هذا العمر: الحفاظ على الزوايا (وبخاصةٍ التوازي والتعامد) والحفاظ على المراكز المتوسطة(وبخاصةٍ منتصف قطعة المستقيم). إن هذا الموضوع هو تحضير لتصغير الأشكال وتكبيرها. يكتفى بالرّسوم فقط دون إيضاح أية خاصية.

القياس (٢٠ سا)

١. الطول (٣ سا)

إن مفاهيم القياس، رغم كل العمل الذي أُجري حتى الآن في المرحلة الابتدائية، تشكل جزءاً من المفاهيم التي لم تتقن إتقاناً كافياً. ونعتقد أن ممارستها يجب أن تتدرج في إطار "مشروع في الصف"، مشروع مفيد للتنفيذ. مثال ذلك مشروع إعداد ملعب أو شراء طلاء لغرفة الصف، الخ.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. طول الدائرة.	١. حساب طول الدّائرة. • إيجاد طول الدائرة. • حساب المحيط بمعلومية طول الدائرة. • حساب الشعاع بمعلومية طول الدائرة. • حساب ضلع المربع بمعلومية المحيط. • حساب أحد بُعْدَيْ المستطيل بمعلومية محيطه وبُعْدِهِ الآخر.	لعل البحث عن قيمة ط تجريبياً مفيد، لكنه في الوقت ذاته ما زال باكراً، لأن التلميذ لم يُحَلِّلْ بَعْدُ مفهوم النسبة. سيتعلّم التلميذ أن يجد طول الدائرة بتطبيق الصيغة وباعتماد ط = ٣,١٤. على التلميذ أن يتقن هذه السنة، مفهوم المحيط وأن يحلّ المسائل المتعلقة بهذا المفهوم.

٢. المساحة (١٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. مساحة المربع والمستطيل والمثلث القائم الزاوية والقرص.	١. حساب المساحات. • تطبيق الصيغ لحساب مساحة: المربع والمستطيل والمثلث والقرص. • التعرّف الى الارتفاع في مثلث ما. • حساب أحد بُعْدَيْ المستطيل بمعلومية بُعْدِهِ الآخر ومساحته. • إستخدام عبارات "المساحة" و "المحيط"، إستخداماً صحيحاً. • تقدير مساحة ما. • التمييز بين الوضعيات المتعلقة بحساب المحيط وتلك المتعلقة بحساب المساحة.	نتجنّب القواعد المصاغة بالأحرف . يشتغل الأولاد في البداية، مع الصيغ المرجعية.

٣. الزاوية (٢ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. قياس الزاوية بالدرجة.	١. قياس الزوايا بالدرجات. • قياس الزوايا بالدرجات. • تطبيق حقيقة أن قياس الزاوية القائمة هو ٩٠°. • بناء زاوية قياسها مفروض باستخدام المنقلة.	

٤. السعة (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. النظام المتري لوحدات السعة.	١. بناء النظام المتري لوحدات السعة. • معرفة مختلف الوحدات وترتيبها. • إجراء التحويلات.	نقتصر على الوحدات المشار اليها. ويمكننا استخدام وحدات أخرى غير مترية من مثل الغالون والتنكة، وذلك بتزويد التلاميذ بالعلاقات في ما بينها.

الإحصاء (٥ سا)

١. إدارة المعلومات (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. تمثيل المعلومات بمخطط أعمدة، أو بمستطيلات وبمصوّر توضيحي.	١. تمثيل المعلومات. • تمثيل المعلومات بشكل مصوّر توضيحي. • تمثيل المعلومات بشكل مخطط أعمدة أو مستطيلات. • قراءة مخطط أعمدة ومخطط مستطيلات ومصوّر توضيحي. • تأويل مخطط أعمدة ومخطط مستطيلات ومصوّر توضيحي.	يعيش التلميذ أكثر فأكثر في عالم يتعامل بالاحصائيات، وهو موضوع نافع في جوهره لأنه يتيح إنماء مفهوم التنبؤ عند الأولاد في عمرٍ هم فيه متحفّزون لذلك. ننصح بأن يطلب من التلاميذ القيام باحصاءات حقيقية في المجالات التي تهمّهم، وأن تعالج المعلومات بشكل مخطّطات.

التعليم الأساسي
المرحلة المتوسطة

السنة الثامنة

الحساب والجبر (٧٠ سا)

١. الأعداد الطبيعية (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. القاسم المشترك الأكبر ق.م.أك. والمضاعف المشترك الأصغر م.م.أص. لعدة أعداد طبيعية.	١. حساب القاسم المشترك الأكبر ق.م.أك. والمضاعف المشترك الأصغر م.م.أص. لعددين أو لعدة أعداد طبيعية. • حساب الـ ق.م.أك. لعدة أعداد طبيعية بتحليل كل عددٍ منها الى عوامله الأولية. • حساب الـ م.م.أص. لعدة أعداد طبيعية بتحليل كلّ عددٍ منها الى عوامله الأولية.	على التلميذ ان يتقن تحليل عدد طبيعي الى عوامله الأولية؛ وسيطبق هذا التحليل في البحث عن الـ ق.م.أك. والـ م.م.أص. لعدة أعداد طبيعية.

٢. الكسور (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. الكسور الحرفية.	١. إجراء عمليات حسابية على الكسور الحرفية. • تمييز كسر حرفي $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$، باعتبار م وَ ن عددين صحيحين نسبيين (ن ≠ ٠ (صفر)). • ضرب أو قسمة الكسور الحرفية. • اختزال الكسر الحرفي. • تحويل عدة كسور حرفية الى مقام موحد. • جمع أو طرح الكسور الحرفية. • تحويل أي كسر الى كسر ذي مقام موجب.	نشدّد على أمر هام هو ان المقام يجب ان يكون مختلفاً عن صفر. نشير الى ان: $+\frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{+\text{م}}{\text{ن}} = \frac{-\text{م}}{-\text{ن}}$؛ $-\frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{-\text{م}}{\text{ن}} = \frac{\text{م}}{-\text{ن}}$؛ $-\text{أ} \times \frac{\text{م}}{\text{ن}} = -\left(\text{أ} \times \frac{\text{م}}{\text{ن}}\right) = \frac{-\text{أ م}}{\text{ن}}$.
٢.٢. الكسور المركّبة.	١. توسيع مفهوم الكسور لتصبح حدودها كسوراً. ٢. تحويل الكسر المركب الى كسر بسيط. • التعرّف الى أن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ وَ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ كل منهما مقلوب الآخر. • تأويل الكتابة $\frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\frac{\text{ج}}{\text{د}}}$ بِـ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{ج}}{\text{د}}$. • استخدام العمليات الملائمة لتحويل كسر مركب الى كسر بسيط.	إن التعاطي مع "الكسور المركبة" يجب أن يتمّ في دائرة محدودة لا أن يذهب بعيداً جداً. ونقتصر على حالات بسيطة. نُعرّفُ كسراً مقلوباً لكسر آخر بالعلاقة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ب}}{\text{أ}} = ١$ أو $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{١}{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}$؛ أ وَ ب مختلفان عن الصفر.

٣. الأعداد العشرية (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. إنسجام الترتيب مع العمليات.	١. إستخدام انسجام الترتيب مع العمليات على الأعداد العشرية. أ وَ ب وَ ج هي أعداد عشرية عادية: • معرفة أنه إذا كانت أ < ب فإن أ + ج < ب + ج وَ أ - ج < ب - ج. • معرفة أنه إذا كانت أ < ب وَ ب < ج فإن أ < ج. • معرفة أنه إذا كانت أ < ب وَ ج < د فإن أ + ج < ب + د. • معرفة أنه إذا كانت أ < ب وَ ج > ٠ فإن أ ج < ب ج.	إنها مناسبة لتعميم مفهوم الترتيب على الأعداد العشرية النسبية. ومن المفضل أن نلجأ الى تعابير حرفية بسيطة لصياغة النتائج التي أدخلت بواسطة أمثلة عددية.

٤. الجذور التربيعية (١٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. الجذور التربيعية لعدد موجب.	١. التعرّف الى الجذور التربيعية لعدد موجب. ٢. البحث عن الجذور التربيعية للتربيع التام. • معرفة انه، لكل عدد موجب أ يوجد عدد موجب ب بحيث أن ب^{٢}= أ، وأن ب يسمّى الجذر التربيعي الموجب لـِ أ ويُشار إليه بـ √أ (والاشارة √ يسمى الجذر الموجب).	بالاضافة الى الخصائص الواردة في الأهداف، فان هذا الموضوع مرتبط ارتباطاً وثيقاً بالهندسة: مثلاً في البحث عن طول ضلع المربع بمعلومية مساحته، أو عن الوتر في المثلث القائم الزاوية بمعلومية طولي ضلعي الزاوية القائمة، الخ... نستخدم الإشارة √ (جذر) للدلالة على الجذر التربيعي الموجب. إلا أننا نتطرّق الى العبارات العددية فقط.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة أن $\sqrt{\text{أ}}$ ليس بالإمكان تمثيله دائماً بأعداد عشرية أو كسرية. • تعيين الأعداد ذات التربيع المفروض عينه. • إستخدام الآلة الحاسبة لإيجاد الجذر التربيعي الموجب لعدد موجب. • إعطاء القيمة التقريبية للجذر التربيعي الموجب لعددٍ موجب. • إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب على العبارات المشتملة على الجذور.	

٥. العمليات (٥ سا)

نتابع هذه السنة توسيع مفهوم القوة وذلك بتعريف قوة العدد النسبي (صحيحاً كان أم غير صحيح)، ومن ثم بادخال مفهوم الأسِّ السالب لـِ ١٠.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٥ القوى ذات الأس الصحيح الموجب لعدد نسبي.	١. إجراء عمليات على القوى ذات الأسِّ الصحيح الموجب لعدد نسبي. • حساب $\text{ع}^{\text{د}}$ (حيث د عدد طبيعي وَ ع عدد نسبي). • معرفة أنه إذا كانت ع > ٠(صفر) فإن $\text{ع}^{\text{د}}$ > ٠ (صفر). • معرفة أنه إذا كانت ع < ٠ (صفر) يوجد إمكانية لحالتين: الحالة الأولى: د عدد مزدوج فيكون $\text{ع}^{\text{د}}$ > ٠ (صفر). الحالة الثانية: د عدد مفرد فيكون $\text{ع}^{\text{د}}$ < ٠ (صفر).	نذكر الحالتين: $\text{ع}^{١}$ = ع $\text{ع}^{٠}$ = ١ (ع ≠ ٠ (صفر)) نكثر من تمارين حساب القيم الخاصة للعبارة الجبرية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• تحديد الإشارة (+ أو -) لقوةٍ ما دون إجراء الحساب. • إستخدام الآلة الحاسبة لإيجاد القوة. • معرفة أن $ع^{د}$ قابلة للقسمة على: $ع^{د-١}$ وَ $ع^{د-٢}$ وَ ... وَ ع. • إستخدام العلاقات التالية لإجراء عمليات الحساب: $ع^{د} \times ع^{هـ} = ع^{د+هـ}$، $(ع \times ل)^{د} = ع^{د} \times ل^{د}$، $\left(\frac{ع}{ل}\right)^{د} = \frac{ع^{د}}{ل^{د}}$ (ل $\neq$ ٠ (صفر)). $\left(ع^{د}\right)^{هـ} = ع^{دهـ}$، $ع^{د} \div ع^{حـ} = ع^{د-حـ}$ ، ٠ $\leq$ حـ $\leq$ د.	
٢.٥. القـــوى ذات الأسّ الصحيح السالب لـ ١٠.	١. إستخدام قوى الـ ١٠. • معرفة أنه إذا كان د عدداً طبيعياً مختلفاً عن الصفر فإن $١٠^{-د}$ تدل على مقلوب $١٠^{د}$: $١٠^{-د} = \frac{١}{١٠^{د}}$. • معرفة أن $١٠^{-د}$ يكون موجباً مهما كان العدد الطبيعي د. • حساب جداء ونسبة قوتين لـ ١٠. • حساب قوة قوة الـ ١٠. • إستخدام قوى الـ ١٠ في الكتابة المبسّطة لعدد عشري. • إستخدام التأشير العلمي.	نسهر على ان نجعل التلميذ يُميّز بشكل جيّد بين $١٠^{-د}$، $-١٠^{د}$، وَ $(-١٠)^{د}$. كما أن على التلميذ أن يُتقن الانتقال من الكتابة $١٠^{-د}$ الى الكتابة ٠،٠٠٠ ٠٠١ (يوجد د منزلة بعد الفاصلة) والعكس بالعكس.

٦. التناسبية (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٦. المقادير المتناسبة عكسياً.	١. حلّ مسائل تدخل فيها المقادير المتناسبة عكسياً. • تعليم المقادير المتناسبة عكسياً. • إعطاء الكتابة الرياضية التي تربط مقدارين متناسبين عكسياً. • حلّ مسائل حول المقادير المتناسبة عكسيّاً.	يجب أن يتمّ التشديد على المظهر التطبيقي (نتجنّب أي توسيع نظري لهذا المفهوم). كما يجب أن تُختَارَ الوضعيات من علوم متنوعة: كالفيزياء، وعلم الحركة والاقتصاد، الخ.

٧. العبارات الجبرية (٢٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٧. المتطابقات الأساسية.	١. إجراء الحساب باستخدام المتطابقات الأساسية. • توسيع (أ + ب)^{٢} وَ (أ ـ ب)^{٢} وَ (أ + ب) (أ ـ ب). • إيجاد عامل مشترك لعدة أحاديات الحدود. • تحليل كثيرات الحدود الى عوامل. • تحليل التعابير التالية الى عوامل: أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}، أ^{٢} ـ ٢أب + ب^{٢}، أ^{٢} ـ ب^{٢}. • إستخدام المتطابقات الأساسية لتحليل عبارة جبرية الى عوامل. • إجراء الحسابات الذهنية مستخدماً المتطابقات الأساسية.	نقدّم تأويلاً هندسياً لكلٍّ واحدةٍ من هذه المتطابقات. كما نشدّد على المساواة (أ ـ ب)^{٢}= (ب ـ أ)^{٢}. ونلفت الانتباه الى أهمية حفظ المتطابقات الأساسية عند إجراء التمارين التطبيقية ولاسيّما في الحساب الذهني.
٢.٧. العبارات الحرفية ذات الشكل الكسري.	٢. إجراء العمليات الحسابية على عبارات حرفية مفروضة لها شكل كسري. • معرفة أن مقام العبارة الكسرية يجب أن يكون مختلفاً عن الصفر. • تحويل عدة عبارات كسرية الى مقام موحد. • جمع أو طرح عبارتين كسريتين. • ضرب أو قسمة عبارتين كسريتين.	

٨. المعادلات والمتراجحات (١٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٨. المعادلات من النسق: (أس+ب)(ج س+د)=٠.	١. حلّ المعادلات من النسق (أس + ب)(ج س + د)= ٠ (صفر). • معرفة أن جداء عاملين يكون صفرياً إذا، وفقط إذا، كان أحدُهما صفرياً. • إستخدام الخاصية السابقة في حلِّ المعادلة من النوع (أس+ب)(ج س+د) = ٠ (صفر). • حلّ $س^٢$ ـ أ = ٠ (صفر) (حين تكون أ > ٠ (صفر)).	يجب ألا نتطرّق الى المعادلات الوسيطية.
٢.٨. المعادلات والمتراجحات من الدرجة الاولى ذات المجهول الواحد.	١. حلّ المتراجحات من الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد. • التعرّف الى تكافؤ متراجحتين. • إستبدال المتراجحة بمتراجحة مُكافئة. • التعرّف الى حلّ للمتراجحة. • حلّ المتراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد والتي معاملاتها عددية. • تنظيم المعلومات وترجمتها بمتراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد. • تمثيل مجموعة الحلول على المحور العددي.	بالاضافة الى الخصائص الجبرية للتكافؤ يعتبر هذا الموضوع من المواضيع التي تبرز الروابط بين الجبر والهندسة (التحليلية) من خلال التمثيل البياني. ستكون التمارين ذات معاملات عددية.

الهندسة (٧٠ سا)

١.الموضعة والمعلمة (١٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. الأوضاع النسبية لدائرتين.	١. التعرّف الى الأوضاع النسبية لدائرتين. • تحديد الوضع النسبي لدائرتين بمعلوميّة العلاقة بين: المسافة بين مركزيهما ومجموع الشعاعين أو الفرق بينهما. • تحديد العلاقة بين المسافة بين مركزي دائرتين ومجموع شُعاعيهما أو الفرق بينهما بمعلومية الوضع النسبي لهاتين الدائرتين. • إستخدام الخاصية التالية: إن المستقيم الذي يحدده مركزا الدائرتين هو محور تناظر للشكل.	إن العلاقة بين شعاعي الدائرتين والمسافة بين مركزيهما هي التي تبرر شكل الدائرتين في أوضاعٍ مختلفة عند بنائهما. نستخدم المفردات التالية: – دوائر خارجية أو داخلية؛ – دوائر متماسة خارجياً أو داخلياً؛ – دوائر ذات مركز واحد.
٢.١. المحالّ الهندسية والبناءات.	١. البحث عن المحلّ الهندسي للنقاط التي تحقق خاصية مفروضة. ٢. إستخدام المحالّ الهندسية في البناءات. • بناء المحلّ الهندسي لنقطة متغيرة تبعد البعد نفسه عن ضلعي زاوية. • البحث عن المحلّ الهندسي للرأس المتغيّر للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية الذي وتره ثابت ثم بناء ذلك المحلّ.	لنتذكّر أن بناء ودراسة المحالّ الهندسية يشكلان تركيباً لدراسة الهندسة بمظهريها: التقليدي والتحليلي.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• بناء المحلّ الهندسي لنقطة متغيرة م بحيث: يُكَوِّن المستقيم (أم) زاوية ثابتة مع (أب)؛ وتكون النقطتان أ وَ ب ثابتتان مفروضتان. • إستخدام هذه المحالّ الهندسية المذكورة في البناءات.	
٣.١. إحداثيات منتصف قطعة المستقيم.	١. حساب إحداثيات منتصف قطعة المستقيم في المستوى. • حساب الإحداثي السيني لمنتصف قطعة المستقيم على محور. • حساب إحداثيات منتصف قطعة المستقيم في مستوى مزوّد بمعلم متعامد نظيمي.	إنها متابعة للهندسة التحليلية، التي بدأت في السنة السادسة مع مفهوم المحور المرقّم واستُكْمِلَت في السنة السابعة بادخال مفهوم المعلمة في المستوى.

٢. الهندسة في الفضاء (١٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. التمثيل المستوي للأسطوانة وللهرم، للمخروط وللكرة.	١. رسم الهرم والمخروط والأسطوانة والكرة. • رسم الهرم ذي القاعدة المفروضة (مثلثة أو مربعة أو مضلّعة، في حالة المضلعات المنتظمة). • حساب المساحة الجانبية للهرم. • حساب حجم الهرم.	كما أسلفنا بالنسبة للصف السابق، فان تعليم الهندسة في الفضاء في صفوف المرحلة المتوسطة يعتمد على الأنشطة فقط. ونتجنّب كل مقاربة نظرية خارج متناول التلميذ في هذا المستوى. وبوسعنا دراسة الهرم كجزء مقطوع من متوازي المستطيلات. يمكننا إستخدام عبارة رباعي الوجوه للدلالة على هرمٍ قاعدته مثلث. ونفرّق بين الكلّة والكرة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• رسم المخروط. • حساب حجم المخروط بمعلومية إرتفاعه وشعاع قاعدته. • وصف الأسطوانة القائمة وبسطها وبناؤها ورسمها. • حساب المساحة الجانبية للأسطوانة القائمة. • حساب حجم الأسطوانة. • وصف الكرة ورسمها. • حساب مساحة الكرة. • حساب حجم الكلّة.	إن حساب المساحات والحجوم للأجسام سيتمّ بتطبيق صيغها التي تعطى دون إقامة البراهين عليها.
٢.٢ الأوضاع النسبية للمستقيمات والمستويات.	١. التعرّف الى الأوضاع النسبية لمستقيمين أو لمستويين أو للمستقيم والمستوى. • التعرّف في المجسّم الى الوضع النسبي لمستقيمين: متوازيين أو متقاطعين، او على غير استواء واحد. • التعرّف في المجسّم الى الوضع النسبي لمستويين: متوازيين أو متقاطعين. • تحديد وضعية المستقيم بالنسبة الى المستوى: في المستوى أو متوازٍ مع المستوى أو قاطعٍ للمستوى.	تجري الدراسة انطلاقاً من المجسمات فقط.

٣. الأشكال المستوية (٤٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. نظرية فيتاغورس.	١. إستخدام نظرية فيتاغورس. • التعرّف الى أن تطابق المثلثين القائمي الزاوية يكون بتطابق وَتَرَيْهِما وتطابق أحد ضِلْعَيْ الزاوية القائمة في أحدهما مع أحد ضلعي الزاوية القائمة في الآخر. • تمييز المثلث القائم الزاوية بالعلاقة التي تربط الوتر بمُنصِّفِهِ. • استخدام علاقة فيتاغورس لحساب الأطوال. • تمييز المثلث القائم الزاوية بعلاقة فيتاغورس.	تعتبر نظرية فيتاغورس في الرياضيات أحد المواضيع الأكثر غنىً في هذه المرحلة، لأنها تشكِّل نقطة التقاء بين الجبر والهندسة التقليدية والهندسة التحليلية. كما انه من المستحسن جداً أن يُحْسَنَ توظيف هذه النظرية لربط الجبر والهندسة والرسم البياني. إلاّ أن برهنتها ليست مطلوبة. ونشير الى أن النظرية المباشرة لفيتاغورس، ليست مسألة هندسية ذات محمل عددي، في حين أن عكسها مسألة عددية ذات محمل هندسي، وهذا يقودنا الى التفكير بأنه من الأجدى فصل تعلُّم النظرية عن عكسها. إن التطبيق الرياضي المستحب لهذه النظرية هو تطبيق حساب الأضلاع في نصف المثلث المتساوي الأضلاع والمثلث القائم الزاوية المتساوي الساقين.
٢.٣. نظرية منتصفات الأضلاع في المثلث وفي شبه المنحرف.	١. التعرّف الى نظريات منتصفات الاضلاع في المثلث وفي شبه المنحرف واستخدامها. • معرفة أن قطعة المستقيم التي تصل منتصفي ضلعي المثلث هي متوازية مع الضلع الثالث وأن طولها يساوي نصف طوله. • معرفة أن قطعة المستقيم التي تصل منتصفي الضلعين غير المتوازيين في شبه المنحرف هي متوازية مع القاعدتين وأن طولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين. • تمييز شبه المنحرف المتساوي الساقين بتطابق قطريه.	لِنجعل التلميذ يلاحظ أنه اذا كان المستقيم المتوازي مع ضلعٍ في المثلث، ماراً بمنتصف ضلع آخر، فانه يمرّ عندئذ بمنتصف الضلع الثالث. يمكننا أن نبرهن خاصِّية منصِّف وتر المثلث القائم الزاوية انطلاقاً من نظرية منتصفات الأضلاع في المثلث. ولعل الأهمية تكمن في إبراز ترابط الرياضيات التي تتيح إيجاد النتيجة نفسها بنظريات مختلفة. من هنا إمكانية البراهين المختلفة وفقاً للمراجع المختارة. سنبرهن أن أي مستقيم متوازٍ مع قاعدتي شبه المنحرف ويمرّ بمنتصف ضلع ما، يمرُّ أيضاً بمنتصف الضلع الآخر.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٣. الخصائص المميِّزة لمتوازي الأضلاع.	١. التعرّف إلى الخصائص المميّزة لمتوازي الأضلاع واستخدامها. ٢. تمييز المستطيل والمعيّن والمربّع. • إستخدام خصائص متوازي الأضلاع فيما يتعلّق بـِ: الأضلاع والقطرين والزوايا المتقابلة ومركز التناظر. • تمييز متوازي الأضلاع على أنه مضلع رباعي محدّب يتمتع بِكُلٍّ من الخصائص التالية: – الأضلاع المتقابلة متوازية. – الأضلاع المتقابلة متقايسة. – ضلعان متوازيان ومتقايسان. – الزوايا المتقابلة متساوية. – للقطرين المنتصف نفسه. • تمييز المستطيل باعتباره مضلعاً رباعياً له ثلاث زوايا قائمة. • تمييز المعين باعتباره مضلعاً رباعياً أضلاعه متقايسة. • تمييز المستطيل والمعين من خلال قطريهما. • تصنيف المضلعات الرباعيّة وفقاً لخصائص مختلفة.	يعرف التلميذ خصائص متوازي الأضلاع والمضلعات الرباعية الخاصة. إذ قد بدأ العمل على هذه الأشكال منذ دخوله المدرسة وقد ارتبط تطوره بنمو معارف التلميذ. ولقد أتاحت السنة السادسة للتلميذ أن يقوم بجردة لخصائص هذه المضلعات الرباعية. وأما ما يُطلب إليه حالياً فهو استنتاج الخصائص المميزة، أي الشروط الدنيا التي تسمح له بأن يؤكّد أن مضلعاً رباعياً هو متوازي أضلاع. سنبرهن بأن كُلاً من المستطيل والمعين هو متوازي أضلاع خاص، وأن المربع هو مستطيل ومعين في آنٍ معاً. وبوسعنا أن نُظْهِرَ أيضاً العلاقة بين هذه المضلعات الرباعية الخاصة وشبه المنحرف. كل النقلة الجديدة تكمن في أن طبيعة المضلع الرباعي قد تتجدد انطلاقاً من عناصر التناظر فيه، وقد سبق أن عرف التلميذ عناصر التناظر في هذه المضلعات الرباعية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.٣. الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في الدائرة. مساحة القطاع الدائري.	١. التعرّف الى العلاقة بين قياس الزاوية المركزية في الدائرة وقياس القوس المحصورة بها واستخدام هذه العلاقة. ٢. التعرّف الى العلاقة بين قياس الزاوية المحيطة في الدائرة وقياس القوس المحصورة بها واستخدام هذه العلاقة. ٣. حساب مساحة القطاع الدائري. • المعرفة بأن قياس القوس يُعَبَّرُ عنه بالعدد نفسه الذي نستخدمه لقياس الزاوية التي يحصرها. • التمييز بين قياس القوس بالدرجات وطول هذه القوس. • حساب طول قوس الدائرة بمعلومية الزاوية المركزية التي تحصرها. • حساب الزوايا التي يشكّلها قاطعا الدائرة الملتقيان داخلها أو خارجها. • حساب الزاوية التي يشكّلها مماس الدائرة وقاطعها الذي يمرّ بنقطة التماس. • التعرّف الى القطاع الدائري. • حساب مساحة القطاع الدائري بمعلومية زاويته المركزية.	

٤. التحويلات والمتجهات (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. المتّجه والإنسحاب.	١. تمييز متّجه الإنسحاب. ٢. تمثيل المتّجه هندسياً. • رسم المستقيمات ذات الإتجاه نفسه. • التعرّف الى مميزات مُتّجه الإنسحاب: الإتّجاه والمنحى والمقاس. • معرفة أنه إذا كان لمتّجهات انسحابين المميزات نفسها، عندئذٍ يكون الإنسحابان متطابقين. • تمثيل المتّجه هندسياً. • رسم الشكل المنسحب لشكل مفروض وفق متّجه مفروض. • إستخدام الخصائص التالية: الإنسحاب يحافظ على الطول وعلى الزوايا.	سيدخل مفهوم المتّجه بطريقة حدسيّة، دون أية صياغة. على التلميذ أن يميّز بين المدلولات الرياضية المعطاة للمنحى والإتجاه.

الإحصاء (١٠ سا)

١. إدارة المعلومات (١٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. المجاميع والتكرارات المتراكمة.	١. حساب المجاميع المتراكمة لمتسلسلة إحصائية. ٢. حساب التكرارات المتراكمة لمتسلسلة إحصائية.	تنظيم معلومات لمتسلسلة إحصائية في جدول لتسهيل حساب المجاميع والتكرارات المتراكمة. إنها وضعية نموذجية يعتبر فيها استخدام الآلة الحاسبة ضرورياً. لكي نعطي للإحصائيات حجمها الحقيقي، يجب القيام باستقصاء مصغّر تنبثق عنه المنفعة وفكرة حساب المجاميع المتراكمة وكذلك التكرارات المتراكمة التي ستكون معلومات إضافية بالنسبة للمعلومات الخام (المعطيات). ندرّب التلميذ على استعمال آلة حاسبة علمية لإجراء الحسابات الضرورية.
٢.١. التمثيل البياني للمعلومات: المخطط الدائري ومضلّع التكرارات المتراكمة.	١. تمثيل المعلومات التي جُمعت بواسطة مخطط. • تمثيل المعلومات الإحصائية بواسطة مخطط دائري ومضلّع التكرارات المتراكمة. • قراءة المخطط وتأويله. • الإنتقال من نمط تمثيلي الى آخر.	

التعليم الثانوي

السنة الثانية

فرع الانسانيات

١. المرتكزات (١٠ سا)

يعرف التلميذ الآن كيف يعالج المجموعات، والعمليات الأولية على المجموعات (إتحاد، تقاطع، الخ...)، والثنائية والجداء الديكارتي. وسيدرس هذه السنة، العلاقات الثنائية التي تلعب دوراً مهماً على مستوى تنظيم التفكير وتوحيد الآراء.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. العلاقات الثنائية.	١. التعرّف الى العلاقة الثنائية. ٢. التعرّف الى علاقة التكافؤ. ٣. التعرّف الى علاقة الترتيب. • تمييز العلاقة الثنائية على مجموعة. • الكتابة نشراً لبيان علاقة ثنائية على مجموعة منتهية. • تمييز علاقة تكافؤ. • كتابة صف التكافؤ لعنصر ما نشراً. • تمييز علاقة ترتيب.	إن الهدف الأساسي هو إدخال مفهوم العلاقة الثنائية على مجموعة ودراسة علاقات التكافؤ وعلاقات الترتيب باختصار. يُشار عامةً الى العلاقة الثنائية على مجموعة بحرفٍ مثل ع أو م، الخ. ويعني التأشير س ع ص أن العنصر س مرتبط مع العنصر ص بالعلاقة ع. ويشار على العموم الى بيان العلاقة ع بصورة عامة بـ ب(ع) أو ب$_ع$. إن مفاهيم الإنعكاس والتناظر، والتخالف والتعدي ستدخل عند دراسة علاقة التكافؤ وعلاقة الترتيب لكن من غير توسيع. إن دراسة علاقة التكافؤ ستتمّ انطلاقاً من أمثلة بسيطة تُبرز صفوف التكافؤ التي تحددها العلاقة على مجموعة مفروضة. ويُهمل تماماً مفهوم المجموعة حاصل القسمة. إن صف العنصر س الناتج عن علاقة التكافؤ ع سيرمز له بـ ص(س) أو $\overline{س}$. في ما يخص علاقة الترتيب، ودون إجراء دراسة مفصّلة لها، نكتفي باستثمار بضعة أمثلة، مُظهرين على نحو خاص بأن علاقة الترتيب يُمكن أن لا تكون كلية.

٢. الحساب العددي والحرفي (١٠ سا)

عبر هذا الموضوع ستسنح للتلميذ الفرصة لدراسة نظامية للتراتيب، مع أو بدون تكرار، وكذلك القواعد العامة التي تخصُّها. نشير الى الأهمية التي سترتديها هذه الدراسة في حساب الاحتمالات.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. التراتيب والتباديل.	١. حساب ن!. ٢. تمييز ترتيب والترتيب مع تكرار والتبديل. ٣. إعطاء واستخدام قواعد عدد التراتيب مع تكرار، عدد التراتيب بدون تكرار وعدد التباديل. • حساب ن! حيث ن هو عدد طبيعي. • التعرّف إلى الترتيب دون تكرار لـِ م عنصر في مجموعة هـ ذات ن عنصر ($٠ < م \leq ن$). • التعرّف الى التبديل. • التعرّف الى الترتيب مع تكرار. • معرفة واستخدام القواعد التي تعطي عدد التراتيب مع تكرار وعدد التراتيب بدون تكرار وعدد التباديل.	$أ^{م}_{ن}$ تشير الى عدد التراتيب دون تكرار لـِ م عنصر من مجموعة هـ ذات ن عنصر ($م < ن$). إن عدد التراتيب مع تكرار، أو اللائحة الميمية لمجموعة هـ من ن عنصر هو الكم $ن^{م}$ للمجموعة $هـ^{م}$. ننصح بالحساب المباشر انطلاقاً من القواعد، وكذلك باستخدام الآلة الحاسبة. كما نستخدم التأشير ن! ونحدد على الأخص "٠!" (صفر). كما نحرص على أن نختار الأمثلة المأخوذة من الحياة اليومية كنشاطات تطبيقية.

٣. المعادلات والمتراجحات (١٥ سا)

إن التلميذ قد أتقن الحساب على المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى، وكذلك تقنية تعيين مناطق المستوى، سيعزّز معلوماته في هذا المجال بمعالجة مسائل الجدوى من النوع الخطي وكذلك بدراسة المعادلات من الدرجة الثانية.

إن أنظمة المتراجحات الخطية تجد حقلها التطبيقي في مسائل الجدوى ولا سيما في الاقتصاد، فهي تتيح البحث في ظل عددٍ من العوائق عن الشروط التي تعزّز أعلى ربح أو أدنى خسارة أو أفضل سيرٍ لمشروع.

تشكّل معادلات الدرجة الثانية أداة مهمة لحل منظومةٍ من المسائل وتهيّئ التلميذ لدراسة أشمل لكثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. البرمجة الخطية.	١. ترجمة العوائق في مسألة برمجة خطية على شكل نظام من المتراجحات الخطية ومن التابع الاقتصادي. ٢. إيجاد الحل الأجدى لمسألة في البرمجة الخطية بيانياً. • حلّ نظام مؤلف من ن متراجحة خطية ذات مجهولين (٢ ≤ ن ≤ ٥) بيانياً. • ترجمة العوائق في مسألة برمجة خطية بواسطة نظام من المتراجحات الخطية ذات المجهولين وإيجاد الحل الأجدى لها.	قد تعالج الأنظمة الخطية لـ ن من المتراجحات ذات المجهولين اختيارياً على أساس ن = ٢ أو ن = ٣. واذا كانت ن ≤ ٤ فان هذه الأنظمة يجب أن تُختار بنباهة وأن تتضمن متراجحات بسيطة من مثل س ≤ أ، أو ص > أ. وسيكون من المفيد جداً أن نُضمّن أنظمة المتراجحات معادلات مثل أ س + ب ص = ج. وستتمّ دراسة البرمجة الخطية حصراً عبر الأمثلة. ويُستبعد كل تبرير نظري.
٢.٣. حلّ معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	٣. دراسة وجود جذور لمعادلة من الدرجة الثانية ذات المعاملات الحقيقية. • كتابة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية ذات المجهول الواحد بشكلها الأصولي. • دراسة وجود وعدد جذور معادلة من الدرجة الثانية ذات المعاملات الحقيقية. • إيجاد جذور معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. • تأويل الحل لمعادلة من الدرجة الثانية بيانياً.	إن معادلات الدرجة الثانية ستكون ذات معاملات حقيقية غير وسيطية. وفي كل مرة تظهر فيها حالة خاصة (تطابق أساسي، معادلة ناقصة)، يستفاد من ذلك لتبسيط الحل. سيكون على التلميذ ان يحل مسائل بسيطة تقود الى معادلات من الدرجة الثانية: البحث عن عددين بمعلومية مجموعهما وجدائهما، المعادلات الثنائية التربيع بنسق أ س^{٤} + ب س^{٢} + حـ = ٠ والبحث عن نقاط التقاء منحنيين.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٣. مجموع وجداء الجذور لثلاثية حدود من الدرجة الثانية.	١. دراسة العلاقات التي تربط مجموع أو جداء جذور كثيرة الحدود من الدرجة الثانية بمعاملاتها. • التعرّف الى جذور كثيرة الحدود من الدرجة الثانية. • التعبير بواسطة المعاملات عن مجموع الجذور وعن جدائها عندما تكون هذه الجذور موجودة. • كتابة المعادلة من الدرجة الثانية بمعلومية مجموع جذورها وجدائها.	إن معاملات كثيرات الحدود من الدرجة الثانية المذكورة هنا ستكون جميعها أعداداً حقيقية غير وسيطية. والعبارات البسيطة لمجموع الجذور ولجدائها التي تستخدم المعاملات قد تعطي دلالات على هذه الجذور (إشارة، حساب واحدها بمعرفة الآخر، الخ). يجب لفت نظر التلميذ على أمر هو أنه يجب ألاّ يستخدم هذه العبارات إلاّ بعد التحقق من وجود الجذور (إشارة المميز).

٤. كثيرات الحدود (٥ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٤. دراسة إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية.	١. دراسة إشارة ثلاثية حدود من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. ٢. حلّ متراجحة من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • التحليل إلى عوامل، إذا أمكن، لكثيرة الحدود من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • دراسة إشارة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • حلّ متراجحة من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • حلّ نظام المتراجحات من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • تأويل حلّ متراجحة من الدرجة الثانية بيانياً. • التأويل البياني لمتراجحة من الدرجة الثانية.	إن المتراجحات وأنظمة المتراجحات المذكورة ستكون بسيطة نسبياً وذات معاملات غير وسيطية. إن المقصود وفق روحية المنهج هو تحضير التلميذ لأن يعي بأن استخدام قواعد الإشارة والتأويل البياني للعلاقات المكتشفة أمران لا مفرّ منهما. سوف تتضمن بعض المتراجحات عبارات مُنَطَّقة وسيكون على التلميذ الملاحظة بأن إشارة حاصل القسمة تكون متطابقة، في ظل بعض الظروف، مع إشارة الجداء.

التحليل (التوابع العددية) (٥٠ سا)

١. التعاريف والتمثيل (١٥ سا)

يتمحور التحليل، في هذا الصف، بخاصةٍ حول دراسة التوابع التي هدفها الأساسي إبداء وضعيات للعيان في بعض المجالات العلمية والاجتماعية والاقتصادية وفي الحياة اليومية، الخ.

تتطلّب هذه الدراسة استخدام الأدوات الرياضية (حساب المشتقات) التي تتيح قياس نسب الزيادات. وبما أن دلالة هذه النِسَب تتعلق بالمسألة المطروحة، لذا يجب أن نشدّد على تأويلها العملي بدل تعريفها النظري.

إن الآلة الحاسبة ذات الراسم البياني مرغوب باستخدامها في الصف لضبط رسم المنحى التمثيلي. كما أن من المرغوب فيه استخدام البرنامج المعلوماتي المختص.

لقد أدخلت الأصول لتسهيل فهم بعض المسائل الاقتصادية.

على العموم يجب تجنب أي تعقيد في الوضعيات وفي الحسابات. ويجب إعطاء الأفضلية للبساطة في تمثيل المفاهيم الرياضية. ونوصي بقبول النتائج التي يتطلّب برهانها تفكيراً معقّداً.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. نهاية التابع في نقطة. نهايته في اللانهاية. الخطوط المقاربة الرأسية والأفقية.	١. تمييز نهاية التابع تا في نقطة أ وفي اللانهاية. ٢. معرفة نهاية التوابع المألوفة. ٣. معرفة ما إذا كان للتابع مستقيم، مقارب رأسي أو أفقي. • معرفة أن $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نها}}$ تا(س) ليس لها معنى إلا إذا عُرفت تا على فترة تحوي أ أو تقبل بِـ أ كحد. • معرفة أنه بالنسبة للتوابع المألوفة إذا كانت أ في مجال التعريف فإن $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نها}}$ تا(س) = تا(أ).	نُظهر على أمثلة بيانية كيف أن تابعاً يؤول نحو النهاية ل حين تؤول س نحو أ. نتجنّب الأنساق المعقدة ونقتصر على الحالات البسيطة. ليست الخطوط المقاربة المائلة من ضمن المنهج. نشدّد على دور الخطوط المقاربة الرأسية للتفريق بين $\underset{\substack{س \leftarrow أ \\ س < أ}}{\text{نها}}$ تا (س) و $\underset{\substack{س \leftarrow أ \\ س > أ}}{\text{نها}}$ تا(س)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• حساب نها$_{س \to أ}$ تا (س) في الحالات البسيطة. • معرفة تكافؤ الكتابات التالية: نها$_{س \to أ}$ تا(س) = ل نها$_{س \to أ}$ (تا(س)-ل) = ٠ تا(س) = ل + كا(س) حيث نها$_{س \to أ}$ كا(س) = ٠ حيث أن أ تدل على أحد الرمزين + ∞ أو - ∞. • معرفة ان نها$_{س \to أ}$ تا(س) غير موجودة بالضرورة. • حساب نها$_{س \to أ}$ تا(س) حين تكون أ حداً لمجموعة تعريف تا. • التأويل هندسياً بعبارة خطوط مقاربة نها$_{س \to أ}$ تا(س) = +∞ وَ نها$_{س \to أ}$ تا(س) = - ∞ • حساب نها$_{س \to +\infty}$ تا(س) وَ نها$_{س \to -\infty}$ تا(س) في الحالات البسيطة. • التأويل بعبارة خطوط مقاربة للتالي: نها$_{س \to +\infty}$ تا(س) = ل و نها$_{س \to -\infty}$ تا(س) = ل حيث ل هو عدد حقيقي.	

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. الحساب على النهايات.	١. ذكر واستخدام خصائص النهايات. ٢. التعرّف الى نسق غير محدّد وإزالة اللامحدودية. • معرفة واستخدام نهاية مجموع تابعين أو جدائهما أو حاصل قسمتهما. • التعرّف الى الأنساق غير المحددة وإزالة اللامحدودية. • معرفة انه إذا كانت تا(س) $\leq$ جا(س) على فترة تحتوي أ أو تقبل بـ أ كحدّ، عندئذٍ تكون نها$_{س \leftarrow أ}$ تا(س) $\leq$ نها$_{س \leftarrow أ}$جا(س) • معرفة أنه إذا كانت جا(س) $\leq$ تا(س) $\leq$ ها(س) على فترة تحتوي أ أو تقبل أ كحدّ، وإذا كانت نها$_{س \leftarrow أ}$ جا(س) = نها$_{س \leftarrow أ}$ ها(س) = ل فإن نها$_{س \leftarrow أ}$ تا(س) = ل. • معرفة أنه إذا كانت عا(س) $\leq$ تا(س) وَ أ هي حدّ لمجموعة تعريف تا وَ عا، وَ نها$_{س \leftarrow أ}$ عا(س) = + ∞ فإن نها$_{س \leftarrow أ}$ تا(س) = + ∞. • معرفة أنه إذا كانت عا(س) $\leq$ تا(س) وَ أ هي حدّ لمجموعة تعريف تا، وَ عا، و نها$_{س \leftarrow أ}$ تا(س) = ـ ∞ فإن نها$_{س \leftarrow أ}$ عا(س) = ـ ∞.	إن الانساق غير المحددة المذكورة ستعالج جميعها بالتحليل الى عوامل وبالتبسيط. يتعلّم التلميذ أن يعالج حالات النهايات التي تظهر بنسق غير محدّد.
١.٣. المتتاليات الحسابية. المتتاليات الهندسية.	١. تمييز متتالية حسابية بحدّها الأول ونسبتها. ٢. حساب الحدّ العام لمتتالية حسابية ومجموع ن من حدودها الأولى. ٣. تمييز متتالية هندسية بحدّها الأول ونسبتها. ٤. حساب الحد العام لمتتالية هندسية ومجموع ن من حدودها الأولى.	نقتصر على المتتاليات الحسابية والهندسية. إن المتتاليات ذات الحد العام ع$_ن$ يشار إليها بـِ (ع$_ن$). إن الإستدلال بالتوالي ليس في منهج هذه السنة. نقترح إيجاد صيغ المتتاليات الحسابية والهندسية بطريقة حدسية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التعرّف إلى متتالية حسابية بحدها الأول ونسبتها. • حساب الحد العام لمتتالية حسابية. • حساب مجموع ن من الحدود الأولى لمتتالية حسابية. • التعرّف إلى متتالية هندسية بحدّها الأول ونسبتها. • حساب الحدّ العام لمتتالية هندسية. • حساب مجموع ن من الحدود الأولى لمتتالية هندسية. • حساب حدود متتالية حسابية ومتتالية هندسية.	

٢. الاتصال والاشتقاق (٥٢ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. إتّصال التوابع المألوفة.	١. تحديد إتّصال التابع عند نقطة. ٢. التعرّف إلى التابع المتصل على فترة معطاة. ٣. معرفة أن التابع تا المعرّف في فترة تحتوي العدد أ يقال له متّصل عند النقطة أ إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ تا(س) = تا(أ). • التعرّف بيانياً إلى التابع المتصل على فترة وتعيين نقاط الإنقطاع. • معرفة أن كل التوابع المألوفة هي متصلة في أي فترة محتواة في مجال تعريفها.	نُميّز ونؤول بيانياً اتصال التابع عند نقطة. نقبل بأن التوابع المألوفة هي متصلة في مجال تعريفها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.٢. مشتق التابع في نقطة.	١. تحديد مشتق التابع عند نقطة وإعطائه تأويلاً هندسياً وتأويلاً حركياً واقتصادياً. ٢. إن التوابع المذكورة في هذا المقطع يُفترض أنها محددة في فترة تحتوي العدد الحقيقي أ. • التعرّف إلى الصيغة $\left(\frac{\text{تا}(\text{أ}+\text{ز})-\text{تا}(\text{أ})}{\text{ز}}\right)$ على انها معدل تزايد التابع تا عند أ وتأويل إشارتها. • معرفة أن المشتق تا عند أ هو العدد $\text{ل} = \underset{\text{ز}\to 0}{\text{نها}} \frac{\text{تا}(\text{أ}+\text{ز})-\text{تا}(\text{أ})}{\text{ز}} = \underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نها}} \frac{\text{تا}(\text{س})-\text{تا}(\text{أ})}{\text{س}-\text{أ}}$ حين تكون هذه النهاية موجودة. • معرفة أن العدد مشتق تا عند أ هو معامل دليلي لمماس المنحنى التمثيلي لِـ تا عند النقطة (أ، تا(أ)) وأن معادلة المماس عند هذه النقطة هي: ص - تا(أ) = هـ (س - أ). • معرفة أن السرعة الآنية في الوقت و. لمتحرك م، المعطى قانونها الزمني بـ و $\longmapsto$ تا(و)، هو مشتق تا في و.. • معرفة أنه إذا كانت ص = تا(س) هي الكلفة العامة للإنتاج س وحدة، فإن تا'(س) تُؤَوّل وكأنها الكلفة الهامشية لـ س وحدة،	نُدخل المشتق عند نقطة من خلال اعتبارات هندسية للتوصل لاحقاً الى التعريف التحليلي. نعطي مثالاً لبيان تابع متصل عند نقطة وغير قابل للإشتقاق عند هذه النقطة. ستتمّ دراسة المظاهر الحركية والاقتصادية مباشرة انطلاقاً من نشاطات بسيطة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة أنه إذا كانت نهاية معدّل تزايد تا عند أ هو غير منتهٍ فإن مماس المنحنى التمثيلي عند النقطة (أ، تا(أ)) يكون موازياً للمحور الصادي. • معرفة أنه إذا كان مشتق تا صفرياً، فان مماس المنحنى التمثيلي عند النقطة (أ، تا(أ)) يكون موازياً للمحور السيني.	
٣.٢. التابع المشتق. مشتقات التوابع المألوفة، قواعد الحساب.	١. حساب التابع المشتق لكلٍ من التوابع المألوفة. ٢. النطق بنظريات الاشتقاق واستخدامها. • حساب مشتق التوابع المألوفة. • معرفة واستخدام مشتق (ق + ك)، (ق . ك)، (أ ق)، $\frac{ق}{ك}$ ، $\frac{1}{ك}$ ، $ق^{ن}$ ، حيث ق وَ ك هما تابعان قابلان للإشتقاق. • معرفة أن تابعاً يكون متزايداً (توالياً متناقصاً) على فترة إذا كان تابعه المشتق موجباً (توالياً سالباً) على هذه الفترة؛ وأن مشتق التابع الثابت صفريّ. • معرفة أنه إذا انعدم التابع المشتق تا مغيراً إشارته عند النقطة أ فإن تا(أ) هي القيمة القصوى المحلية لـِ تا. • التعرف بيانياً الى تابع متصل وغير قابل للاشتقاق في نقطة.	تُعتمد نظريات الإشتقاق وكذلك نظرية إشارة المشتق دون برهان.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.٢. دراسة التوابع: التوابع الكثيرات الحدود، التوابع التجانسية.	١. الدراسة والتمثيل البياني لتابع كثيرة الحدود وللتابع التجانسي. • إيجاد مجال التعريف لتابع كثيرة الحدود وللتابع التجانسي. • تحويل مجال الدراسة، إذا أمكن، من خلال مراعاة الشفعية. • التحقق من أن نقطة مفروضة هي مركز تناظر للمنحنى التمثيلي للتابع، وأن مستقيماً موازياً للمحور الصادي هو محور تناظر لهذا المنحنى. • دراسة النهايات عند الحدود المفتوحة لفترات مجال التعريف أو الدراسة وذلك في سبيل إيجاد خطوط المقاربة. • حساب المشتق وتحديد إشارته. • تنظيم جدول التغيير الذي يختصر دراسة التابع. • رسم المنحنى التمثيلي للتابع.	نذكّر بمخطط دراسة التابع ونغنيه بدراسة الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية، وكذلك بدراسة إشارات المشتق لتحديد مجالات الرتابة في تغيّر تابع.

٣. التكامل (١٠ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. أصول التابع المتصل على فترة: حساب الأصول.	١. تمييز الانتقال من التابع الى الأصل كعملية عكسية للاشتقاق. ٢. التعرّف الى الثابت على أنه أصل للتابع الصفري، واستنتاج العلاقة التي تربط أصلين للتابع نفسه. ٣. ذكر أصول التوابع المألوفة والتحقق من كلٍ منها. ٤. استخدام الخطية في حساب الأصول.	سنستخدم $\int$ تا(س) د س للإشارة الى أصل التابع تا المعروف مع فرق الثابت تقريباً. يتعلم التلميذ حساب الأصل الذي يحقق شرطاً مفروضاً. نحسب أصول التوابع البسيطة التي نحصل عليها بالتوافيق الخطية للتوابع المألوفة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• تعريف أصل التابع المتصل على فترة ف. • التعرّف الى الثابت على أنه أصل التابع الصفري. • معرفة أن أصلين للتابع نفسه يختلفان بالثابت. • معرفة أن التابع المتصل على فترة ف يملك مجموعة لا منتهية من الأصول. • معرفة أصول التوابع تا المعرفة على فترة ف بالعبارات: $س^{ن}$ (ن ≠ −١)؛ $\frac{١}{\sqrt{س}}$ ؛ $\sqrt{س}$. • إيجاد أصل التابع المحقِّق لشرطٍ مفروض. • حساب أصل التابع بتحليله الى مجموع توابع نعرف أصولها. • معرفة أن ب كا هو أصل ب تا حيث كا هو أصل لِـ تا وحيث ب ثابت.	نقبل بأن أي تابع متصل على فترة ف له أصل على ف.

الاحصاء والاحتمال (٣٠ سا)

١. الاحصاء (١٥ سا)

المطلوب في هذا الصف هو العمل على متسلسلات إحصائية ذات متغيّر متصل.

سبق ان عولجت المتسلسلات الاحصائية ذات الصفة المنفصلة في السنة الأولى الثانوية، حالياً يجب أن نساعد التلميذ على إتقان الإنتقال من متغيّر منفصل إلى متغيّر متصل.

لذا سنجعله يلاحظ أن التجميع في فئات أو في فترات يقود الى نقص في المعلومات إلا أن عدة تجميعات مختلفة للمتسلسلة الإحصائية نفسها تعطي فكرة أوضح عن الدراسة التي نحن بصددها.

وتجدر الإشارة إلى أنه إذا كانت التمثيلات البيانية (المدرّجات التكرارية والمضلّعات) غير كافية لشرح كل شيء، فإنها تتيح، مع ذلك، توضيح بعض جوانب الدراسة التي نحن بصددها.

في سبيل تحفيز التلاميذ من المرغوب فيه أن تكون الامثلة المقترحة حقيقية وشديدة الالتصاق بالمجالات العلمية، الاقتصاد والإجتماعية.

ينصح باستخدام الآلة الحاسبة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. الصفة المتصلة؛ التوزيع إلى فئات.	١. إقتراح تجميعات مختلفة للمتسلسلة الإحصائية الواحدة، تكون أكثر ملائمة مع الدراسة التي نحن بصددها. • تعيين فترة [أ، ب] في ح تحتوي على كل قيم الصفة. • تعيين سعة المتسلسلة الإحصائية. • التعرّف إلى الفئة وتعيين مركزها. • إختيار تجزئة لِـ [أ، ب] إلى عدد منتهٍ من الفترات (الفئات) ذات (سعة متساوية). • إجراء عدة تجميعات من الفئات لأجل متسلسلة واحدة.	نقتصر على فئات ذات سعات متساوية. نُسلّم بانه في كل فئة أو فترة، تكون المجاميع موزّعة بانتظام. يجب أن تكون نهايات الفئات قيماً بسيطة (غير كسرية). يتعلق عدد الفئات المعتمدة بالظاهرة المدروسة، بالدقة وبالقياس الذي نرغب في بلوغه وبالمجتمع الذي ندرسه. حين لا تكون الفئة الأولى والفئة الاخيرة محددتين بدقة نستطيع تخصيصهما بفئات لها فترة الصفوف الاخرى نفسها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• الانتقال من الصفة الكمية المنفصلة الى الصفة الكمية المتصلة وذلك بإجراء التجميع إلى فئات.	
٢.١ المتسلسلات الاحصائية للمجاميع والتكرارات؛ المدرّج التكراري، المضلّعات.	١. تمثيل المجاميع والتكرارات بمدرّجات تكرارية ومضلعات. • نقل المعلومات الى جدول المجاميع والتكرارات. • تمثيل المجاميع والتكرارات بمدرّج تكراري ومضلّع. • قراءة رسم بياني للمجاميع ذات الصفة المتّصلة.	يجب ان يتمّ التمثيل البياني في المستوى بالإحداثيات الديكارتية وبالمقياس الرأسي المعروف بالحسابي. كما يجب ان يكون هذا التمثيل واضحاً وبسيطاً ليجسّد بسرعة الهيئة العامة للظاهرة المدروسة، وقد يستخدم لإكمال جدول المجاميع والتكرارات وترجمتها. وهو ينسجم والمقارنات مع الظواهر المشابهة. يجب تجنّب الرسم البياني المعقد والمثقل بالمعلومات.
٣.١ المتسلسلات الاحصائية للمجاميع والتكرارات المتراكمة؛ المدرّج التكراري؛ المضلّعات.	١. حساب المجاميع والتكرارات المتراكمة وتمثيلها بيانياً. • تنظيم جدول المجاميع المتراكمة لمتسلسلة إحصائية ذات متغير متصل وإكمالها بتكرارات متراكمة. • تمثيل المجاميع المتراكمة والتكرارات المتراكمة بمدرّج تكراري ومضلّع. • قراءة رسم بياني لمجاميع متراكمة إحصائية ذات متغير متصل.	يمكن تمثيل منحنى التكرارات المتراكمة على الرسم البياني نفسه للمدرّج التكراري في حالةٍ وحيدة هي حين نستطيع تدريج المحاور (الفئات متساوية السعة).

٢. الاحتمال (١٥ سا)

يجب إدخال مفهوم الإحتمال بطريقة حدسية وتجنُّب كل شرح نظري. ويجب دفع التلاميذ الى وصف تجربة عشوائية بسيطة.

إن الهدف من حساب الإحتمالات ومنتهى الطموح فيه هو توقع وحساب نتائج الوضعيات التي تعود إلى الصدفة والتي تتدخل باستمرار في الحياة اليومية.

في أيامنا هذه يُستخدم حساب الإحتمالات في مجالات متنوعة: إستطلاعات الرأي، التأمينات، معرفة أحوال الطقس: علوم الحياة، الفيزياء، الخ...

من المرغوب فيه ربط الإحتمالات بالإحصاءات عن طريق التقريب بين التكرار والإحتمال.

يجب أن تكون الوضعيات المقترحة بسيطة ولا تتضمن الصعوبات التوافيقية.

ينصح باستخدام الآلة الحاسبة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. مفهوم الإحتمال.	١. تقدير قيمة الإحتمال للحادثة والتحقق تجريبياً من هذا التقدير. • معرفة تقدير القيمة لاحتمال وضع ما. • التحقق بالإختبار من هذا التقدير.	يجب ان نهيئ التلميذ لوصف بعض الاختبارات العشوائية من الحياة اليومية باستخدام إما الجدول وإما التمثيل الشجري لتقدير قيمة الاحتمال. على الحادثة ان تكون معيّنة بدقة، وتحقيقها يجب الا يتضمن أي غموض.
٢.٢. المجموعة الكلية للإمكانات، حالة الحوادث المتساوية الإحتمال.	١. تحديد العبارات: إمكانية، حادثة، المجموعة الكلية للإمكانات، حادثة أكيدة، حادثة مستحيلة، حوادث متساوية الإحتمال. • التعرّف إلى الإمكانية. • التعرّف إلى الحادثة، الحادثة الأولية. • التعرّف إلى المجموعة الكلية للإمكانات Ω. • التعرّف إلى الحادثة الأكيدة، إلى الحادثة المستحيلة $\varnothing$. • التعرّف إلى الحوادث المتساوية الاحتمال.	سنرمز بِـ Ω إلى الحادثة الأكيدة وبـ $\varnothing$ إلى الحادثة المستحيلة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٢ خصائص الاحتمال.	١. حساب الإحتمال لحادثة باستخدام الخصائص الأساسية للإحتمال. • معرفة أن الإحتمال للحادثة الاكيدة هو ل(Ω) =١. • معرفة أنه إذا كانت ح≠ ∅، فإن ل(ح) > ٠. • معرفة أنه إذا كانت ح = {حـ١، حـ٢، ... ، حـن} فإن ل(ح) = ل(حـ١) + ل(حـ٢) + ... + ل(حـن). • معرفة أنه إذا كانت ح هي الحادثة المستحيلة ، فإن ل(ح) = ٠. • معرفة أنه لكل حادثة ح يكون لدينا: ٠ ≤ (ح) ≤ ١.	سنلاحظ أنه بالنسبة للحادثة ح، فالقاعدة ل(ح) = عدد الحالات المؤاتية / عدد الحالات الممكنة لا تكون صحيحة إلاّ حين تكون الحالات متساوية الاحتمالات.
٤.٢ حساب الاحتمـالات: الحادثـة (ح وَ د)، الحادثـة (ح أو د)، الحوادث المتناقضة.	١. التمييز بين هذه الحوادث وإجراء الحسابات. • التعرّف الى الحادثة (ح وَ د). • التعرّف الى الحادثة (ح أو د) . • التعرّف الى حادثتين متنافيتين. • التعرّف الى حادثتين متناقضتين. • معرفة أنه إذا كانت ح وَ د متنافيتين، فإن ل(ح وَ د) = ٠ وَ ل(ح أو د)= ل(ح) + ل(د). • معرفة أنه بالنسبة لحادثتين عاديتين ح وَ د، فإن ل(ح أو د) = ل(ح) + ل(د) - ل(ح وَ د). • معرفة أنه إذا كانت ح وَ $\bar{ح}$ حادثتين متناقضتين، فإن: ل(ح) + ل($\bar{ح}$) = ١.	نذكّر بالمكتسبات السابقة ونتوسّع بها لبلوغ الصيغتين التاليتين: ل(ح ∪ د) = ل(ح) + ل(د) - ل(ح ∩ د) وَ ل(ح) + ل($\bar{ح}$) =١. اللاتي لا تكونان صحيحتين إلاّ في الحالة التي تكون فيها ح وَ د جزئيـن من المجموعة الكلية للإمكانات نفسها Ω. سنستخدم قواعد التراتيب والتبادل.

السنة الثانية
فرع العلوم

الجبر (٤٤ سا)

١. المرتكزات (٦ سا)

لقد عرف التلميذ سابقاً كيفية التعاطي مع المجموعات والعمليات الأولية على المجموعات (من إتحاد وتقاطع، الخ...). وقد عالج الثنائية والجداء الديكارتي لمجموعتين. وسيهدف هذا البحث الى دراسة العلاقات الثنائية التي تلعب دوراً مهماً جداً في الرياضيات، وبخاصةٍ على صعيد تنظيم التفكير وتوحيد الأفكار.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. العلاقات الثنائية.	١. التعرّف الى العلاقة الثنائية على مجموعة. ٢. الكتابة نشراً لبيان العلاقة الثنائية على مجموعة منتهية. ٣. التعرّف الى علاقة التكافؤ. ٤. الكتابة نشراً لصف تكافؤ عنصر. ٥. تعيين التجزئة المرتبطة بعلاقة تكافؤ. ٦. التعرف الى علاقة الترتيب. • التعرف الى العلاقة الثنائية على مجموعة. • الكتابة نشراً لبيان العلاقة الثنائية على مجموعة منتهية.	إن الهدف الأساسي هو إدخال مفهوم العلاقة الثنائية على مجموعة وكذلك إدخال بيانها. ستدخل مفاهيم الانعكاس والتناظر والتخالف والتعدي لدى دراسة علاقة التكافؤ وعلاقة الترتيب. ولن تفوتنا الاشارة الى ان بيان العلاقة الثنائية على مجموعة ك هو جزء من الجداء الديكارتي ك^{2} = ك × ك. نرمز الى العلاقة الثنائية على مجموعة عموماً بحرف من مثل ع، ل، الخ. والاشارة س ع ص تبيّن ان العنصر س مرتبط مع العنصر ص بالعلاقة ع.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• الكتابة نشراً لمجموعة العناصر المترابطة مع عنصر معطى بعلاقة ثنائية على مجموعة منتهية. • التعرّف الى علاقة التكافؤ. • الكتابة نشراً لصف تكافؤ عنصر. • تعيين التجزئة المرتبطة بعلاقة تكافؤ. • إيجاد علاقة التكافؤ التي تعين تجزئة مفروضة. • التعرّف الى علاقة ترتيب. • التعرّف الى عنصرين غير قابلين للمقارنة بعلاقة الترتيب.	كما نشير الى بيان علاقة ع بـ ب(ع) أو بع. يجب تجنب التوسيع النظري. نُهيِّئ التلميذ لمفهوم علاقة التكافؤ انطلاقاً من تحديد هذا المفهوم، ومن أمثلة بسيطة تبرز التجزئة التي تقيمها هذه العلاقة على مجموعة معطاة وصفوف التكافؤ التي تحددها. ويُنصَح بإهمال مفهوم المجموعة حاصل القسمة لأن التعاطي معها بالغ الدقة. حين يكون المقصود علاقة تكافؤ ع، فان المجموعة ص(أ) = {س ∍ ج/أ ع س} تسمّى "صف تكافؤ لـِ أ قياس ع". ويمكن تدوينها بكل بساطة أ̄ . أما في ما يخص علاقة الترتيب، ودون القيام بدراسة مفصلة للمجموعات المرتبة، فنودّ أن نظهر أن الترتيب هو بنية رياضية تتخطى بعيداً إطار الأعداد الحقيقية. لهذه الغاية، من المهم جداً ان نهيئ التلميذ لعلاقات ترتيب غير الترتيب المألوف على الأعداد الحقيقية. ويجب ان نجعله متآلفاً مع علاقات الترتيب حيث بعض العناصر قد لا يكون قابلاً للمقارنة. ونحرص على ترميز علاقة الترتيب العادية بـ ع وأن نترك الرمز ≥ لعلاقة الترتيب المألوفة على الاعداد الحقيقية، وذلك لتجنب أي لبس ممكن.

٢. الحساب العددي والحرفي (٦ سا)

إن الدراسة التمهيدية للتراتيب واللوائح الميمية، التي أُنجزت في السنة الثانوية الأولى، تجعل من الأسهل دراستها العامة المبرمجة في هذه السنة.

وسيتسنّى للتلميذ، من خلال هذا الموضوع، فرصة دراسة التراتيب مع تكرار وبدونه، دراسة منهجية، وكذلك القواعد العامة التي تتعلق بها. ونشير الى الأهمية التي ترتديها هذه الدراسة في حساب الاحتمالات.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. التراتيب والتباديل.	١. حساب ن!. ٢. التعرّف الى التراتيب والتراتيب مع تكرار والتباديل. ٣. إعطاء واستخدام الصيغ لعدد التراتيب مع تكرار ولعدد التراتيب بدون تكرار ولعدد التباديل. • حساب ن! حيث ن هو عدد طبيعي. • التعرّف الى التراتيب دون تكرار لِـ م عنصر من مجموعة هـ ذات ن عنصر. ($٠ < م \leq ن$). • التعرّف الى التباديل. • التعرّف الى التراتيب مع تكرار. • معرفة واستخدام الصيغ التي تعطي عدد التراتيب مع تكرار أو بدون تكرار، وعدد التباديل.	$ل_{ن}^{م}$ تدلّ على عدد التراتيب بدون تكرار لِـ م عنصر من مجموعة ذات ن عنصر ($م \leq ن$). إن عدد التراتيب مع تكرار، أو اللائحة الميمية لمجموعة ذات ن عنصر، هو الكم $ن^{م}$ لِـ $هـ^{م}$. ننصح بالحساب المباشر إنطلاقاً من القواعد، وكذلك باستخدام الآلة الحاسبة. نستخدم الترميز ن! (مضروب ن) ونحدد بخاصة "٠!" . نحرص على اختيار أمثلة مستقاة من الحياة اليومية كنشاطات تطبيقية.

٣. المعادلات والمتراجحات (٢٠ سا)

أما وقد أتقن التلميذ الحساب على المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى، وكذلك تقنية تعيين المناطق في المستوى، فإنه سيدعّم معلوماته في هذا المجال، بتعاطيه مع مسائل الجدوى الخطية وأنظمة المعادلات الثلاث ذات الثلاثة مجاهيل من جهة، وبدراسة تفصيلية لكثيرات الحدود من الدرجة الثانية من جهة أخرى.

إن أنظمة المتراجحات الخطية تجد حقلها التطبيقي في مسائل الجدوى ولا سيما في الاقتصاد. فهي، في ظل عدد معين من الضوابط، تتيح البحث عن الشروط التي تعزّز أعلى ربح أو أدنى خسارة أو أفضل سياق لمشروع.

وتعتبر المسائل من الدرجة الثانية أساساً لمعظم نشاطات الحساب ونشاطات الرسم البياني التي سنصادفها لاحقاً.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.١. نظام المعادلات الخطية (٣ × ٣). البرمجة الخطية.	١. ترجمة الضوابط لمسألة في البرمجة الخطية بشكل نظام من المتراجحات الخطية ومن التابع الاقتصادي. ٢. إيجاد الحل الأمثل بيانياً لمسألة في البرمجة الخطية. ٣. حلّ نظام من المعادلات الخطية (٣ × ٣).	إن الانظمة الخطية لـ ن من المتراجحات ذات مجهولين يمكن ان تعالج طوعاً على أساس ن = ٢ أو ن = ٣. واذا كانت ن ≤ ٤ يجب أن تُختار بمهارة وان تتضمن متراجحات بسيطة من مثل س ≤ أ، أو ص > أ. وسيكون من المفيد أن نضمّن أنظمة المتراجحات معادلات مثل أ س + ب ص = د.
	• حلّ نظام من ن متراجحات خطية (٢ ≤ ن ≤ ٥) ذات مجهولين بيانياً. • ترجمة الضوابط في مسألة برمجة خطية الى نظام متراجحات خطية ذات مجهولين واعطاء حلّها الاجدى. • حلّ نظام من ثلاث معادلات خطية ذات ثلاثة مجاهيل بطريقة الخلط وبطريقة التعويض.	ستجرى دراسة البرمجة الخطية عبر أمثلة فقط. يجب استبعاد أي تبرير نظري. وفي ما يخصّ نظام المعادلات الثلاث ذات المجاهيل الثلاثة، توفّر طريقة الخلط وطريقة التعويض أداة رياضية مهمة. إلا ان التلميذ يجب ان يبقى يقظاً إزاء الطريقة الأولى لأنها تؤدي أحياناً الى نتيجة غير محققة في كل المعادلات. تصبح طريقة غاوس أكثر فائدة ونفعاً بقدر ما يزداد عدد المعادلات.
	• تدريج وحلّ نظام من ثلاث معادلات خطية ذات ثلاثة مجاهيل (طريقة غاوس). • التعرّف الى الأنظمة الخطية (٣ × ٣) التي ليس لها حلول وتلك التي تقبل ما لا نهاية له من الحلول وكتابة حلول هذه الأنظمة.	إن الأنظمة التي تقود الى ما لانهاية من الحلول، أو التي لا تؤدي الى حلّ، يجب ان تعالج على نحو واسع بواسطة عددٍ كافٍ من الأمثلة. كل صياغة ذات دلالة، كصياغة المحدد لا يُنصَح بها. وكل دراسة منهجية لأنظمة وسيطية يجب تجنبها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.٣. كثيرات الحدود، ومعادلات ومتراجحات من الدرجة الثانية.	١. كتابة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية بشكلها الأصولي. ٢. تعيين ما اذا كانت معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية لها جذور حقيقية وإيجاد عدد الجذور. ٣. حساب الجذور الحقيقية لمعادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية، في حال وجودها. ٤. حساب المجموع والجداء لجذور ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية باستخدام معاملاتهما. ٥. كتابة المعادلة من الدرجة الثانية بمعلومية مجموع وجُداء الجذور. ٦. حلّ متراجحة من الدرجة الثانية ذات معاملات عددية. • كتابة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد بشكلها الأصولي. • دراسة وجود الجذور الحقيقية لمعادلة من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد (المميز) وتحديد هذه الجذور في حال وجودها. • حساب المجموع والجداء لجذور كثيرة الحدود من الدرجة الثانية بواسطة المعاملات. • حلّ مسائل من الدرجة الثانية تتضمن مجهولاً أو مجهولين. • دراسة إشارة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية. • حلّ المتراجحات وأنظمة المتراجحات من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد. • تأويل حلّ معادلة أو متراجحة من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد بيانياً. • حلّ متراجحة من الدرجة الثانية بيانياً.	إن الشكل الأصولي لكثيرات الحدود من الدرجة الثانية تا(س)=أ س^{٢} + ب س + جـ هو نقطة الانطلاق لدراسته الكاملة، وذلك على عدة مستويات: – المستوى الحسابي: التحليل الى عوامل، إشارة وجذور؛ – المستوى التابعي: القيمة العظمى؛ – مستوى التمثيل البياني: محور تناظر ومنحنى مستنتج من منحنى التابع س ← أس^{٢}. سَنُهيِّئ التلميذ للتعاطي مع معادلات من الدرجة الثانية ذات معاملات وسيطية. وكلما ظهرت حالة خاصة (المطابقات الأساسية حيث المعاملات صفرية) سنستغلها لتبسيط حلّ المعادلة. في الحالة التي يكون فيها حساب الجذور معقداً، فإن حساب المجموع والجداء لهذه الجذور يمكن أن يدلّ على إشارتها، كما يتيح إيجاد القيم العددية لعبارات لا تتعلق إلاّ بهذا المجموع وهذا الجداء. سيتعين على التلميذ أن يحلّ معادلات ومسائل تقود الى معادلات من الدرجة الثانية من مثل: البحث عن عددين بمعلومية مجموعهما وجدائهما؛ المعادلات الثنائية التربيع؛ البحث عن نقاط التقاء منحنيين والبحث عن المماسات. وسيتعين على التلميذ إتقان قراءة إشارة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية أو جداء أو نسبة عاملين من الدرجة الأولى، واستخدام هذه القراءة في حلّ المتراجحات أو أنظمة المتراجحات ذات المجهول الواحد.

٤. كثيرات الحدود (٤ سا)

سبق أن اطلع التلميذ، في السنة الأولى، على قسمة كثيرة الحدود ل(س) على (س − أ) عندما تكون أ هي جذر لـِ ل(س).

وقد استخدم أيضاً طرائق عديدة لتحليل عوامل كثيرة الحدود ل(س) بـ (س − أ) بغية حلّ المعادلة الحدودية ل(س) = ٠ (صفر).

وهذه السنة، سيعالج قسمة كثيرة الحدود ل(س) على كثيرة حدود أخرى ب(س) لايجاد الباقي والحاصل ولتحليل كسور منطّقة الى عوامل وتبسيطها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.١. القسمة الاقليدية لكثيرة حدود على أخرى.	١. إجراء القسمة الاقليدية لكثيرة حدود على أخرى. • إجراء قسمة كثيرة الحدود ذات الجذر أ على (س − أ). • إجراء القسمة الاقليدية والتعرّف الى حاصل القسمة والباقي. • معرفة أن ل(أ) هي باقي قسمة كثيرة الحدود ل(س) على (س − أ).	سنشير الى ان القسمة الاقليدية لكثيرة حدود ل(س) (المقسوم) على كثيرة حدود ك(س) (المقسوم عليه) المتميزة عن كثيرة الحدود الصفرية، هي عملية تهدف الى إيجاد كثيرتي حدود ح(س) (حاصل القسمة) وب(س) (الباقي) بحيث: ل(س) = ك(س) . ح(س) + ب(س) نقبل بوجود ووحدانية هذا الحاصل وهذا الباقي. والبحث عنهما قد يجرى بطريقة تطابق كثيرات حدود أو بتقنية القسمة المباشرة.
٤.٢. التحليل الى عوامل. تبسيط الكسور المنطّقة.	١. إستخدام التحليل الى عوامل لتبسيط كسر منطّق. ٢. التحليل الى عوامل لثلاثية الحدود من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. ٣. التحليل الى عوامل لثلاثية الحدود من الدرجة الثالثة بحيث يكون أحد جذورها معروفاً أو يسهل إيجاده. • تبسيط كسر منطّق.	نشير الى أن أي تبسيط يجب أن يجرى في مجال تعريف الكسر. أما وقد تعلّم التلميذ في السنة الأولى، إيجاد عوامل على شاكلة (س − أ) لكثيرة حدود من الدرجة الثالثة، فسيكون عليه هذه السنة أن يكمل هذا التعلم.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التحليل الى عوامل لثلاثية الحدود من الدرجة الثانية تا(س) = أس^{2} + ب س + جـ (أ ≠ ٠، ب، جـ ∈ ح) على شاكلة: تا(س) = أ(س – ف) (س – ق) حيث ف وَ ق هما عددان حقيقيان. • التحليل الى عوامل لثلاثية الحدود من الدرجة الثالثة بمعلومية أحد الجذور. • التحليل الى عوامل لثلاثية الحدود من الدرجة الثالثة بحيث يسهل إيجاد أحد الجذور.	

٥. الأعداد (٨ سا)

مع معادلات الدرجة الثانية ذات المعاملات الحقيقية والتي ليس لها جذور في **ح**، نجد أنفسنا في وضعية شبيهة بتلك التي تكون فيها بعض المعادلات بنسق س + أ = ب ذات معاملات في **ط**، وليس لها حلولاً في **ط**. لحلّ هذه المسألة، من المفيد توسيع نظام الاعداد الحقيقية **ح**.

وبالفعل، فان الخدمة التي يؤديها إدخال الأعداد المركبة، تتخطى بعيداً هذه الضرورة. إن مختلف التطبيقات الرياضية (المسائل التي تدخل فيها اعتبارات الزاوية أو المسافة) والفيزيائية (لا سيما في الكهرباء) لهذا الموضوع تبرّر المدى المخصّص لها.

وعلى مستوى هذا الصف، فان المطلوب فقط هو أن يألف التلميذ التعاطي مع الأعداد المركبة والمظاهر والحسابات والأشكال الهندسية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٥. الأعداد المركبة: التعريف والشكل الجبري.	١. تمييز عدد مركب وكتابته بالشكل الجبري أ + ب خـ. ٢. تخصيص عدد مركب صفري. ٣. تخصيص عددين مركبين متساويين.	سنذكر أمثلة تُظْهِر أن مجموعة الأعداد الحقيقية هي غير كافية لحلّ كل المعادلات من الدرجة الثانية وذات المعاملات الحقيقية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التحقق مما إذا كان لمعادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية جذور حقيقية أم لا. • البرهنة انه إذا قبلنا بوجود عدد خـ بحيث أن خـ^{٢} = −١، فان أية معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية وذات مميز سالب يكون لها عندئذٍ جذران مركبان عـ + بـ خـ وَ عـ − بـ خـ. • التعرف الى عدد مركب من نوع م = أ + ب خـ حيث أ وَ ب عددان حقيقيان. • معرفة الحقيقة التالية واستخدامها: إن عدداً مركباً م = أ + ب خـ يكون صفرياً اذا كان العددان الحقيقيان أ و ب صفريَّين في آن معاً. • معرفة الحقيقة التالية واستخدامها: إن عدداً مركبا يكتب على النحو أ + ب خـ (خـ^{٢} = −١) وبطريقة وحيدة. • تمييز الجزء الحقيقي والجزء التخيلي لعدد مركب. • التعرّف الى عدد مركب تخيلي فقط. • معرفة واستخدام حقيقة ان عددين مركبين يكونان متساويين إذا، وفقط إذا، كان لهما الجزء الحقيقي نفسه والجزء التخيلي نفسه.	يمكننا تعريف عدد مركب بطرائق مختلفة، ولكن مهما تكن الطريقة المستخدمة، سيكون من الضروري ان نذكر ان نظام الاعداد المركبة هو توسيع لنظام الاعداد الحقيقية (وهكذا فان أي عَدد حقيقي هو عدد مركب خاص). يشار الى عدد مركب م بـِ م = أ + ب خـ حيث خـ^{٢} = −١. ويشار الى الجزء الحقيقي أ بـ حق(م) والى الجزء التخيلي ب بـ تخ(م). يُشار الى مجموعة الاعداد المركبة بـ **ك**.
٢.٥. عمليات على الأعداد المركبة.	١. إجراء العمليات على الاعداد المركبة. ٢. حلّ معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية وذات المميز السالب. ٣. حساب مرافق عدد مركب واستخدام خصائصه. • جمع وطرح وضرب عددين مركبين. • تحويل عبارة مركبة الى الشكل الجبري أ + ب خـ. • معرفة واستخدام حقيقة ان جداء عددين مركبين يكون صفرياً، إذا وفقط إذا، كان أحدهما صفرياً.	ستدخل العمليات على الاعداد المركبة بالتوسع، إنطلاقاً من العمليات المحددة في **ح**، بابدالنا خـ^{٢} بـ (−١) في كل مرة يظهر فيها. تبدو هذه الفكرة منطقية إذا نظرنا الى مجموعة الاعداد المركبة، كما لو انها نتيجة انضمام خـ الى المجموعة **ح** مع كل قواعد الحساب المسموح بها. مما يتيح حلّ أية معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة حقيقة ان للعدد المركب جذرين تربيعيين نظيرين وحسابهما. • حلّ معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية وذات المميز السالب. • التعرف الى المرفق $\overline{ع}$ بعدد مركب وحسابه. • معرفة واستخدام الخصائص التالية: أ) $\overline{ع + عَ} = \overline{ع} + \overline{عَ}$؛ ب) $\overline{ع\,عَ} = \overline{ع} \,.\, \overline{عَ}$؛ ج) $\overline{\overline{ع}} = ع$؛ هـ) $\overline{\left(\frac{ع}{عَ}\right)} = \frac{\overline{ع}}{\overline{عَ}}$ و $\overline{\left(\frac{١}{ع}\right)} = \frac{١}{\overline{ع}}$؛ و) $ع\overline{ع} = أ^{٢} + ب^{٢}$ لِـ ع = أ + ب خ؛ ز) $\frac{١}{ع} = \frac{\overline{ع}}{ع\overline{ع}} = \frac{\overline{ع}}{أ^{٢} + ب^{٢}}$ لِـ ع = أ + ب خ؛ حـ) يكون ع عدداً حقيقياً إذا، وفقط إذا، كان $ع = \overline{ع}$؛ ك) يكون العدد المركب ع تخيلياً صرفاً، إذا، وفقط إذا كان، $\overline{ع} = -ع$ و $ع \neq ٠$. م) $حق(ع) = \frac{١}{٢}(ع + \overline{ع})$ و $تخ(ع) = \frac{1}{٢خ}(ع + \overline{ع})$. • معرفة واستخدام حقيقة ان النقاط التي هي صور لـِ ع و $\overline{ع}$ تكون متناظرة بالنسبة للمحور السيني. • قسمة عدد مركب على آخر غير صفري.	نشير بـ $\overline{ع}$ الى المرافق لِـ ع وسنلاحظ أن الجذرين المركبين لمعادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية وذات المميز السالب هما دائماً مترافقان. إن حساب الجذور التربيعية لعدد مركب هو عملية دقيقة. وينصح بايصال التلميذ الى إتقان التقنيات الفعالة في هذا المجال والاقتصار فيه على نشاطات بسيطة نسبياً. إن الرمز $\sqrt{}$ لن يستخدم للدلالة على أحد الجذرين التربيعيين لعدد مركب غير حقيقي لغياب التبرير.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٥. التمثيل الهندسي للعدد المركب.	١. تمثيل العدد المركب هندسياً. ٢. معرفة حقيقة أن التطبيق لمجموعة نقاط المستوى في مجموعة الأعداد المركبة والذي يصل كل نقطة بممثلها هو تقابل. • تمثيل العدد المركب بنقطة وتحديد ممثل النقطة في مستوى ذي معلم متعامد نظيمي. • رسم المتجه الصورة (بدايته الأصل أ) لعدد مركب وتعيين ممثل المتجه. • تعيين مجموعة النقاط التي يحقق ممثلها شرطاً معلوماً.	يُستفاد من وحدانية الشكل الجبري للعدد المركب في استخراج التقابل بين نقاط المستوى وعناصر ح. نشدّد على التمثيل الهندسي لبعض الأعداد المركبة الأساسية من مثل ١، خـ، ٢خـ، ١ + خـ، ١ - خـ ومرفقاتها. ولن يفوتنا أن نبرز الأشكال الهندسية العائدة الى عدد مركب والعدد المرفق به؛ والنشاطات المتعلقة بمجموعات النقاط التي يحقق ممثلها شرطاً معيناً ستكون بسيطة نسبياً. لا تشكل مفاهيم المقاس والسعة جزءاً من المنهج.

الهندسة (٥٩ سا)

١. الدراسة التقليدية (١٨ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. التعامد في الفضاء.	١. تخصيص تعامد مستقيمين. ٢. تخصيص تعامد مستقيم ومستوى. ٣. تخصيص مستويين متعامدين. ٤. ربط التعامد بالتوازي. • التعرّف الى مستقيمين متعامدين في الفضاء. • التعرّف الى تعامد مستقيم ومستوى. • التعرّف الى زاوية مستقيم ومستوى. • التعرّف الى زاوية مستويين متقاطعين. • التعرّف الى مستويين متعامدين. • معرفة واستخدام الخصائص التالية: خ١ : إذا كان المستقيمان متعامدين، فكل مستقيم متوازٍ مع أحدهما هو متعامد على الآخر.	لقد أصبح التلميذ متآلفاً مع التمثيل المستوي لأشياء من الفضاء ومع خصائص التوازي. ينصرف الجهد هذه السنة الى استخراج خصائص التعامد انطلاقاً من وضعيات بسيطة مبنية على متوازي المستطيلات، وبخاصة على المكعب. ويمكن لتقنيات مختلفة في البرهنة، وبصورة خاصة الاستدلال بالمحال، ان تتوطد من خلال برهنة بعضٍ من الخصائص خ١، ....، خ٩. نلفت الانتباه إلى أن المفاهيم المكتسبة في الهندسة المستوية يمكن أن تتوسع الى المفاهيم المقابلة في الهندسة في الفضاء. واليك أمثلة:

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	خ$_{2}$: إذا كان المستقيمان متوازيين، فكل مستقيم متعامد على أحدهما يكون متعامداً على الآخر. خ$_{3}$: إذا كان المستقيمان متوازيين، فكل مستوى متعامد على أحدهما يكون متعامداً على الآخر. خ$_{4}$: إذا كان المستقيمان متعامدين، على المستوى نفسه، فإنهما متوازيان فيما بينهما. خ$_{5}$: إذا كان المستويان متوازيين، فكل مستقيم متعامد على أحدهما يكون متعامداً على الآخر. خ$_{6}$: إذا كان المستويان متعامدين على المستقيم نفسه، فهما متوازيان. خ$_{7}$: إذا كان المستوى (م) متعامداً على المستقيم (د) ويقطع هذا المستقيم في نقطة أ، فان أي مستقيم يمرّ في أ ومتعامد على (د) يكون في (م). خ$_{8}$: في نقطة معلومة يمرّ مستوى وحيد متعامد على المستقيم المعطى. خ$_{9}$: من نقطة معلومة يمرّ مستقيم وحيد متعامد على المستوى المفروض. • التعرّف الى المستوى المنصّف لقطعة مستقيم. • تخصيص المستوى المنصّف لـِ [أب] كمجموعة نقاط متساوية البعد عن أ وَ ب.	(انظر الجدول أدناه)

في المستوى	في الفضاء
من نقطة، يمكننا مدّ مستقيم وحيد متعامد على المستقيم المعطى.	من نقطة، يمكننا مدّ مستقيم وحيد متعامد على المستوى المعطى.
من نقطة، يمكننا مدّ مستقيم وحيد متعامد على المستقيم المعطى.	من نقطة، يمكننا مدّ مستوى وحيد متعامد على المستقيم المعطى.
إن مستقيمين متعامدين على المستقيم نفسه هما متوازيان.	إن مستقيمين متعامدين على المستوى نفسه هما متوازيان.
……	……

إن دراسة التناظر المتعامد بالنسبة الى المستوى هي نشاط مرغوب فيه.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. الاسقاط في الفضاء.	١. تحديد المساقط لنقطة ولشكل مستوٍ على المستوى بالتوازي مع اتجاه معلوم. ٢. تحديد المساقط لنقطة ولمتّجه على المستقيم بالتوازي مع مستوى معلوم. ٣. استقراء خصائص الاسقاط العمودي على المستوى وعلى المستقيم. * الاسقاط على المستوى (م) بالتوازي مع المستقيم (د). • تحديد المساقط: – للنقطة؛ – للمستقيم (في الحالة التي يكون فيها المستقيم متوازياً مع (د) (أو مع (م))؛ – للمتّجه $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ؛ – للشكل المستوي ش (في الحالة التي يكون فيها مستوى ش متوازياً مع (د) أو مع (م)). • معرفة واستخدام الخصائص التالية: خ$_1$: مسقط $\overrightarrow{\text{م}}$ + $\overrightarrow{\text{هـ}}$ يساوي مجموع مسقط $\overrightarrow{\text{م}}$ ومسقط $\overrightarrow{\text{هـ}}$ ؛ خ$_2$: مسقط ك $\overrightarrow{\text{هـ}}$ يساوي جداء ك في مسقط $\overrightarrow{\text{هـ}}$. • التعرّف الى الإسقاط العمودي على (م). • معرفة واستخدام الخاصية التالية: إذا كانت [أَ بَ] هي المسقط العمودي لِـ [أ ب] على (م)، فإن أَبَ = أب. جتا ق حيث ق هي الزاوية الحادة لِـ (أ ب) و(أَبَ).	بالنسبة لهذه السنة سنبسط على الفضاء مفاهيم الاسقاط في المستوى التي رأيناها سابقاً. نشير بِـ مسقط (أ) الى النقطة أَ التي هي صورة النقطة أ في الاسقاط على المستقيم (م) بالتوازي مع المستقيم (مَ). كما نشير الى مسقط قطعة المستقيم [أ ب] بِـ مسقط ([أ ب]). من تطبيق الخصائص خ$_1$ وخ$_2$، نستنتج الخصائص المتعلقة بِـ: – التوازي؛ – التسامت؛ – مركز الثقل في المثلث؛ – مساواة المتجهات. سيستخدم الاسقاط العمودي ايضاً للمعلمة ولحساب المسافات والمساحات.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة واستخدام الخاصية التالية: إذا كانت مـ تدل على مساحة الشكل المستوي ش، ومـَ هي مساحة مسقط ش العمودي، فإن مـَ = مـ. جتا ق حيث ق هي الزاوية الحادة المستوى (م) مع مستوى ش. * الاسقاط على المستقيم (د) بالتوازي مع المستوى (م). • تحديد المساقط: – للنقطة؛ – للمتّجه $\overleftarrow{\text{ف ب}}$. • معرفة واستخدام الخاصية التالية، في حالة الاسقاط العمودي على محور (أ، $\overleftarrow{\text{د}}$): فَ بَ = ف ب . جتا ($\overleftarrow{\text{د}}$ ،$\overleftarrow{\text{ف ب}}$) حيث $\overleftarrow{\text{فَ بَ}}$ هي مسقط $\overleftarrow{\text{ف ب}}$ على المحور.	
٣.١. المجسّمات.	١. التعرّف الى المنشور والهرم والمخروط والأسطوانة والكرة. ٢. معرفة عبارة المساحة الجانبية وحجم كل من هذه المجسّمات. ٣. تحديد مقطع كل من المخروط والاسطوانة مع المستوى المتوازي مع القاعدة. ٤. دراسة الوضع النسبي للمستوى والكرة.	سيستخدم التلميذ العناصر الأساسية للمجسّمات التالية: المنشور والهرم والمخروط والاسطوانة والكرة، لحساب المساحات الجانبية والاحجام. تفرض الصيغ التي تعطي عبارات المساحات الجانبية والاحجام.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التعرّف الى مختلف المجسّمات التالية: – المنشور وعناصره الأساسية. – الهرم وعناصره الأساسية. – المخروط وعناصره الأساسية. – الاسطوانة وعناصرها الأساسية. – الكرة وعناصرها الأساسية. • معرفة الصيغ التي تعطي المساحات الجانبية لهذه المجسمات واستخدامها. • معرفة واستخدام الصيغ التي تعطي حجوم هذه المجسّمات. • تحديد مقطع المخروط مع المستوى المتوازي مع قاعدته. • تحديد مقطع الاسطوانة مع المستوى المتوازي قاعدتها. • تمييز الاوضاع الثلاثة للمستوى بالنسبة للكرة. • تحديد مقطع الكرة مع المستوى.	

٢. الدراسة المتجهية (١٦ سا)

تعتبر الدراسة المتجهية التي يتضمنها منهج هذه السنة توسعاً للدراسة المتجهية في المستوى الى الفضاء. والحساب المتجهي للفضاء هو أداة تساهم في دراسة بعض الخصائص الهندسية وتمهّد لحساب بعض المقادير: المسافات، والمساحات والحجوم.

من المهم ان يستطيع التلميذ ان يستنتج، في بعض الظروف، معلماً لشكلٍ هندسي معطى يمكنه استخدامه في حلّ مسألة مطروحة.

الوسائل التعليمية المقترحة:

- ورق شفاف، ورق مربّع، أقلام تلوين.
- حاسوب وجدول مصطلحات مختص.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. المتجهات والمعالم في الفضاء.	١. تحديد ثلاثة متّجهات على استواء واحد. ٢. تحديد أساسية ومعلم في الفضاء. ٣. تحديد المركبات المتجهية والمركبات القيسية لمتجه. ٤. تحديد إحداثيي نقطة في معلم ما وفي معلم آخر له الأساسية نفسها. • التعرّف هندسياً الى ثلاثة متجهات على استواء واحد $\overleftarrow{م}$، $\overleftarrow{هـ}$، $\overleftarrow{و}$. • تحديد المستوى المعرف بثلاث نقاط غير متسامتة ح، ب، ج كمجموعة النقاط ل التي تحقق: $\overleftarrow{ح ل} = ق \overleftarrow{ح ب} + ك \overleftarrow{ح ج}$ حيث ق وكـ أي عددين حقيقيين.	إن تعريف المتجه والتأشير والخصائص في الهندسة تُبسَط الى الفضاء. وأكثر من ذلك سيهيأ التلميذ الى مفهوم جديد، هو مفهوم، المتجهات الثلاثة المستوية $\overleftarrow{م}$، $\overleftarrow{هـ}$، $\overleftarrow{و}$، بمساواة على شاكلة: $\overleftarrow{و} = ق \overleftarrow{م} + ك \overleftarrow{هـ}$ حيث ق وَ كـ هما عددان حقيقيان غير صفريين. ونشير الى أنه في الفضاء المزوّد بمعلم (أ، $\overleftarrow{د}$، $\overleftarrow{ر}$، $\overleftarrow{ز}$): • المستقيم ذو المعلم (أ، $\overleftarrow{د}$) هو محور الاحداثيات السينية، والمستقيم ذو المعلم (أ، $\overleftarrow{ر}$) هو محور الإحداثيات الصادية والمستقيم ذو المعلم (أ، $\overleftarrow{ز}$) هو محور الإحداثيات العينية؛ • الترميز ل(سـ، صـ، عـ) يعني أن للنقطة ل الإحداثي السيني سـ والإحداثي الصادي صـ والإحداثي العيني عـ.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة واستخدام الخاصية التالية: $\overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{هـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{و}}$ تكون مستوية إذا، وفقط إذا وُجد عددان حقيقيان ق وكـ بحيث ان: $\overrightarrow{\text{و}}$ = قـ $\overrightarrow{\text{م}}$ +كـ $\overrightarrow{\text{هـ}}$ (أو $\overrightarrow{\text{هـ}}$ = قـ $\overrightarrow{\text{م}}$ + كـ $\overrightarrow{\text{و}}$ أو $\overrightarrow{\text{م}}$ = قـ $\overrightarrow{\text{هـ}}$ + كـ $\overrightarrow{\text{و}}$). • التعرّف، في الفضاء، إلى المعلم (أ، $\overrightarrow{\text{د}}$ ، $\overrightarrow{\text{ر}}$ ، $\overrightarrow{\text{ز}}$) ذي الأصل أ والأساسية المعرفة بثلاثة متجهات $\overrightarrow{\text{د}}$ و $\overrightarrow{\text{ر}}$ و $\overrightarrow{\text{ز}}$ غير مستوية. • معرفة حقيقة انه لكل متجه $\overrightarrow{\text{م}}$ في أساسية ($\overrightarrow{\text{د}}$ ، $\overrightarrow{\text{ر}}$ ، $\overrightarrow{\text{ز}}$) يوجد ثلاثية وحيدة (سـ، صـ، عـ) من الاعداد الحقيقية بحيث ان: $\overrightarrow{\text{م}}$ = سـ $\overrightarrow{\text{د}}$ + صـ $\overrightarrow{\text{ر}}$ + عـ $\overrightarrow{\text{ز}}$. • تمييز المركبات المتجهية والمركبات القيسية (إحداثيات) للمتجه، في معلم من الفضاء. • معرفة حقيقة انه، بالنسبة لاية نقطة ل من الفضاء المزود بالمعلم (أ، $\overrightarrow{\text{د}}$ ، $\overrightarrow{\text{ر}}$ ، $\overrightarrow{\text{ز}}$) يوجد ثلاثية وحيدة من الأعداد الحقيقية (سـ، صـ، عـ) بحيث أن: $\overrightarrow{\text{أ ل}}$ = سـ $\overrightarrow{\text{د}}$ + صـ $\overrightarrow{\text{ر}}$ + عـ $\overrightarrow{\text{ز}}$ وأن سـ وَ صـ وَ عـ هي إحداثيات ل. • تعيين موقع نقطة ل(سـ، صـ، عـ) في معلم. • تحديد تسامت المتجهين $\overrightarrow{\text{هـ}}$(س، ص، ع) و $\overrightarrow{\text{هـ}'}$(سَ، صَ، عَ) تحليلياً بوجود عدد حقيقي قـ بحيث أن: سَ = قـ س وَ صَ = قـ ص وَ عَ = قـ ع.	• إن الترميز $\overrightarrow{\text{هـ}}$ (س، ص، ع)، $\overrightarrow{\text{هـ}}$ $\begin{vmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{vmatrix}$ أو $\overrightarrow{\text{هـ}}$ $\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix}$ يعني أن: الاحداثية الاولى لـِ $\overrightarrow{\text{هـ}}$ هي س والاحداثية الثانية هي ص والاحداثية الثالثة هي ع. وتجدر الملاحظة الى ان عبارات تحليلية لخصائص المتجهات في الفضاء تشكل، بوجه عام، بسطاً لعباراتها التحليلية في المستوى. المقصود هو ببساطة زيادة الحد الثالث. من المرغوب فيه استبعاد الوضعيات التي لا تتلاءم مع هذه القاعدة.

<table>
<tr><th>المحتوى</th><th>الأهداف</th><th>التعليق والإرشاد</th></tr>
<tr><td></td><td>
• معرفة واستخدام العلاقات التالية:
$س_{\overrightarrow{حب}} = س_ب - س_ح$ ؛ $ص_{\overrightarrow{حب}} = ص_ب - ص_ح$ ؛ $ع_{\overrightarrow{حب}} = ع_ب - ع_ح$.
• معرفة حقيقة أن مساواة المتجهين $\overrightarrow{هـ}$(س، ص، ع) و $\overrightarrow{هـَ}$(سَ، صَ، عَ) تتحدد بالمساواة س = سَ و ص = صَ و ع = عَ.
• معرفة واستخدام العلاقات التالية:
• $س_{\overrightarrow{م+هـ}} = س_{\overrightarrow{م}} + س_{\overrightarrow{هـ}}$ ؛ $ص_{\overrightarrow{م+هـ}} = ص_{\overrightarrow{م}} + ص_{\overrightarrow{هـ}}$ ؛ $ع_{\overrightarrow{م+هـ}} = ع_{\overrightarrow{م}} + ع_{\overrightarrow{هـ}}$
وَ $س_{\overrightarrow{كهـ}} = ك س_{\overrightarrow{هـ}}$ ؛ $ص_{\overrightarrow{كهـ}} = ك ص_{\overrightarrow{هـ}}$ ؛ $ع_{\overrightarrow{كهـ}} = ك ع_{\overrightarrow{هـ}}$.
• حساب إحداثيات نقطة من الفضاء معرّفة بمساواة متجهية (حالة منتصف القطعة، ومركز الثقل للمثلث).
• تطبيق الشرط التحليلي لتسامت المتجهين بُغية إثبات تسامت ثلاث نقاط.
• معرفة ربط إحداثيات النقطة في معلم الى احداثياتها في معلم آخر له الأساسية عينها (انسحاب المعلم).
• معرفة حقيقة ان إحداثيات المتجه لا تتغير عند الانتقال من معلم $(أ، \overrightarrow{د}، \overrightarrow{ر}، \overrightarrow{ز})$ الى معلم $(أَ، \overrightarrow{د}، \overrightarrow{ر}، \overrightarrow{ز})$ له الأساسية عينها.
</td><td></td></tr>
</table>

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة مختلف المعالم التالية: – المباشر (وغير المباشر)؛ – النظيمي؛ – المتعامد؛ – المتعامد النظيمي.	
٢.٢. المركز المتوسط.	١. تخصيص المركز المتوسط لِـ ن نقطة متقّلة. ٢. تحديد إحداثيات المركز المتوسط في معلم من المستوى أو من الفضاء. • التعرّف الى الخصائص التالية: – إذا كان فـ + كـ = ٠، فان المتجه فـ $\overrightarrow{\text{ل أ}}$ + كـ $\overrightarrow{\text{ل ب}}$ يكون مستقلاً عن ل؛ – اذا كانت فـ + قـ + كـ = ٠، فان المتجه فـ $\overrightarrow{\text{ل أ}}$ + قـ $\overrightarrow{\text{ل ب}}$ + كـ $\overrightarrow{\text{ل ج}}$ يكون مستقلاً عن ل؛ – اذا كان فـ + قـ + كـ + مـ = ٠، فان المتجه فـ $\overrightarrow{\text{ل أ}}$ + قـ $\overrightarrow{\text{ل ب}}$ + كـ $\overrightarrow{\text{ل ج}}$ + مـ $\overrightarrow{\text{ل د}}$ يكون مستقلاً عن ل. • تمييز المركز المتوسط م لنقطتين متقّلتين.	ن ≥ ٤. بالرغم من انه وُضِعَ أساساً لتلبية حاجات الفيزيائيين، فان الحساب المتعلق بالمركز المتوسط يعتبر أداة شديدة الفاعلية في البراهين الهندسية. كما يمكننا استخدامه لتبسيط المجاميع المتجهية ولإثبات تسامت عدة نقاط، أو لبرهان تقاطع عدة مستقيمات. وسيكون على التلميذ ربط وجود ووحدانية المركز المتوسط لنظام من النقاط المتقلة ووحدانيته الى مجموع المعاملات المرفقة بهذه النقاط. وسيكون عليه ان يلاحظ ايضاً اننا عندما نضرب كل هذه المعاملات بالعدد الحقيقي غير الصفري نفسه فإن المركز المتوسط لا يتغيّر. سيستفيد التلميذ من المراكز المتوسطة الجزئية بغية بناء المركز المتوسط لثلاث أو أربع نقاط متقّلة، والقيام ببعض البراهين وتحديد المحالّ الهندسية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة واستخدام خصائص المركز المتوسط م لنقطتين متقلتيـن أ(فـ) وَ ب(قـ)؛ (فـ + قـ ≠ ٠): – م تنتمي الى المستقيم (أ ب)؛ – فـ $\overleftarrow{\text{ل أ}}$ + قـ $\overleftarrow{\text{ل ب}}$ = (فـ + قـ) $\overleftarrow{\text{ل م}}$ لأي نقطة ل. • بناء المركز المتوسط م لنقطتين متقلتين. • تمييز المركز المتوسط لنظام من ثلاث نقاط متقلة. • معرفة واستخدام خصائص المركز المتوسط م لثلاث نقاط مثقلة أ(فـ) وَ ب(قـ) وَ ج(كـ)؛ (فـ + قـ + كـ ≠ ٠): – م تنتمي الى المستوى (أ ب ج)؛ – م هي المركز المتوسط للنظام المؤلف من إحدى هذه النقاط، مُرفقة بمعاملها، ومن المركز المتوسط للنقطتين الأخيرتن، مرفقاً بمجموع معاملي هاتين النقطتين. – فـ $\overleftarrow{\text{ل أ}}$ + قـ $\overleftarrow{\text{ل ب}}$ + كـ $\overleftarrow{\text{ل ج}}$ = (فـ + قـ + كـ) $\overleftarrow{\text{ل م}}$ لأي نقطة ل. • بناء المركز المتوسط م لثلاث نقاط متقّلة. • التعرف الى المركز المتوسط لأربع نقاط متقلة واستخدام خصائصه. • تمييز المركز المتوسط لـِ ن نقطة (متساوية التثقيل) عندما يكون ن ≥ ٤ وتخصيصه هندسياً في حالتي ن = ٢ و ن = ٣. • تحديد إحداثيات المركز المتوسط لنظام من النقاط المثقلة في معلم. • استخدام المركز المتوسط الجزئي لبناء المركز المتوسط ولإظهار تسامت عدة نقاط ولإظهار تقاطع عدة خطوط.	

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٢. الجداء المتجهي.	١. تخصيص الجداء المتّجهي لمتجهين. ٢. معرفة خصائص الجداء المتجهي. ٣. إستنتاج متجه عمودي على المستوى. • التعرّف الى الجداء المتجهي لمتجهين $\overrightarrow{\text{م}}$ وَ $\overrightarrow{\text{هـ}}$. • تحديد وضع النقطة ج المعرّفة بـ $\overrightarrow{\text{أ ج}} = \overrightarrow{\text{أ ب}} \wedge \overrightarrow{\text{أ د}}$ حيث أ وَ ب وَ د مفروضة. • معرفة واستخدام الخصائص التالية: – خ١: $\overrightarrow{\text{م}} \wedge \overrightarrow{\text{هـ}} = -\overrightarrow{\text{هـ}} \wedge \overrightarrow{\text{م}}$؛ – خ٢: $(\text{ف}\,\overrightarrow{\text{م}}) \wedge \overrightarrow{\text{هـ}} = \overrightarrow{\text{م}} \wedge (\text{ف}\overrightarrow{\text{هـ}}) = \text{ف}\,(\overrightarrow{\text{م}} \wedge \overrightarrow{\text{هـ}})$؛ – خ٣: $\overrightarrow{\text{م}} \wedge (\overrightarrow{\text{هـ}} \wedge \overrightarrow{\text{ي}}) = (\overrightarrow{\text{م}} \wedge \overrightarrow{\text{هـ}}) \wedge \overrightarrow{\text{ي}}$؛ – خ٤: $\overrightarrow{\text{م}} \wedge \overrightarrow{\text{هـ}} = \overrightarrow{0}$، إذا، وفقط إذا، كان المتجهين غير الصفريين $\overrightarrow{\text{م}}$ وَ $\overrightarrow{\text{هـ}}$ متسامتين. • استخدام مقاس $\overrightarrow{\text{أ ب}} \wedge \overrightarrow{\text{أ ج}}$ لحساب مساحة متوازي أضلاع ذي الأضلاع [أ ب] وَ [أ ج] والمسافة مـ من النقطة ج الى (أ ب). • معرفة حقيقة أن $\overrightarrow{\text{أ ب}} \wedge \overrightarrow{\text{أ ل}}$ لا يتغير أبداً عندما تتنقل ل على مستقيم متوازٍ مع (أ ب) واستخدامها. • معرفة استنتاج متجه عمودي على مستوى معرف بمتجهين غير متسامتين $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ و $\overrightarrow{\text{أ ج}}$.	يجب التحقق من الخاصيتين خ١ و خ٤، في حين ان خ٢ و خ٣ ستقبلان. والجداء المتجهي لمتجه $\overrightarrow{\text{م}}$ بمتجه $\overrightarrow{\text{هـ}}$ يرمز اليه $\overrightarrow{\text{م}} \wedge \overrightarrow{\text{هـ}}$ أو $\overrightarrow{\text{م}} \times \overrightarrow{\text{هـ}}$. وسيستخدم التلميذ الجداء المتجهي خصوصاً لتحديد متجه عمودي على المستوى ولتخصيص تسامت متجهين. إن العبارات التحليلية للجداء المتجهي وتطبيقاتها سيصار الى الاطلاع عليها في السنة الثالثة الثانوية.

٣. الدراسة التحليلية (٩ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. معادلة الدائرة.	١. تخصيص المعادلة الديكارتية للدائرة في معلم متعامد نظيمي. ٢. ربط تعيين مناطق مستوى الدائرة بقدرة النقطة بالنسبة إلى الدائرة. ٣. تحديد معادلة مماس الدائرة الممدود من نقطة على الدائرة. • معرفة واستخدام معادلة الدائرة ذات المركز م(أ، ب) والشعاع نق: (س − أ)^{٢} + (ص − ب)^{٢} = نق^{٢}. • تحديد مركز وشعاع الدائرة المفروضة بمعلومية معادلتها. • تخصيص الدائرة ذات القطر [أ ب] على انها مجموعة النقاط ل بحيث أن $\overleftarrow{أ ل}$. $\overleftarrow{ب ل}$ = ٠ (صفر). • معرفة واستخدام معادلة الدائرة ذات القطر [أ ب]: (س − س$_{أ}$) (س − س$_{ب}$) (ص − ص$_{أ}$) (ص − ص$_{ب}$) = ٠ (صفر). • تخصيص القرص على انه مجموعة النقاط ل(س، ص) بحيث أن: (س − أ)^{٢} + (ص − ب)^{٢} ≥ نق^{٢}. • حساب القدرة قد لنقطة ل بالنسبة للدائرة د(م، نق) بالعلاقة قد = $\overline{ل م}^{٢}$ − نق^{٢}. • استخدام قدرة النقطة لتحديد موقعها بالنسبة الى دائرة. • دراسة الوضع النسبي للمستقيم والدائرة وتحديد نقاط التقاطع عند وجودها.	الغاية من هذا الفصل هي الترجمة التحليلية، لخصائص الدائرة ولمختلف أوضاع المستقيم بالنسبة الى الدائرة، بالاستعانة بالجداء القيسي. إن هذه الخصائص والاوضاع وردت في الصفوف السابقة. يمثل الجداء القيسي أداة لايجاد معادلة دائرة ذات مركز م وشعاع نق في معلم متعامد نظيمي (أ، $\overleftarrow{د}$ ، $\overleftarrow{ر}$) أو معادلة ذات القطر [أ ب]. يستخدم مفهوم قدرة نقطة بالنسبة الى دائرة لتحليل موقع النقطة بالنسبة الى هذه الدائرة؛ ويتيح أيضاً التعرف الى مضلع رباعي محاط. يُنصَح باقامة الرابط بين: − تقاطع مستقيم ودائرة مع حلّ معادلة من الدرجة الثانية. − معادلة دائرة تمرّ بثلاث نقاط معلومة مع حلّ نظام معادلات من الدرجة الأولى. في دائرة ذات مركز م وتمرّ بنقطة ل، قد تعني كلمة "شعاع" دونما اختلاف قطعة المستقيم [م ل] أو طولها. نجعل التلميذ يتآلف مع طرائق مختلفة لايجاد معادلة مماس الدائرة المار بنقطة مفروضة. إيجاد خطوط الاستواء لـ $\overleftarrow{ل أ}^{٢}$ + $\overleftarrow{ل ب}^{٢}$ = ث^{٢} وَ $\frac{ل أ}{ل ب}$ = ث هي أنشطة تطبيقية مرغوب فيها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• تحديد معادلة مماس الدائرة المارّ بنقطة على هذه الدائرة. • تحديد معادلات مماسّات الدائرة الممدودة من نقطة خارج هذه الدائرة.	
٢.٣. الجداء القيسي في الفضاء.	١. إيجاد العبارة التحليلية للجداء القيسي في معلم متعامد نظيمي في الفضاء. ٢. حساب مقاس المتجه والمسافة بين نقطتين وجيب تمام زاوية متجهين. في هذا الفصل يكون الفضاء مزوداً بمعلم متعامد نظيمي $(أ، \overrightarrow{د}، \overrightarrow{ر}، \overrightarrow{ز})$. • معرفة واستخدام العبارة التحليلية س سَ + ص صَ + ع عَ للجداء القيسي لمتجهين $\overrightarrow{هـ}$(س، ص، ع) و $\overrightarrow{هـَ}$(سَ، صَ، عَ). • معرفة شرط تعامد المتجهين $\overrightarrow{هـ}$(س، ص، ع) و $\overrightarrow{هـَ}$(سَ، صَ، عَ) بشكله التحليلي: س سَ + ص صَ + ع عَ = ٠ (صفر). • الحساب التحليلي للمقاس $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢}}$ للمتجه $\overrightarrow{هـ}$(س، ص، ع). • حساب المسافة بين النقطتين $أ_{١}$(س١، ص١، ع١) وَ $أ_{٢}$(س٢، ص٢، ع٢) باستخدام العلاقة: $أ_{١}أ_{٢} = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢} + (ع_{٢} - ع_{١})^{٢}}$. • معرفة واستخدام علاقة جيب التمام جتا $(\overrightarrow{هـ}، \overrightarrow{هـَ}) = \dfrac{\overrightarrow{هـ} \cdot \overrightarrow{هـَ}}{\lVert\overrightarrow{هـ}\rVert \cdot \lVert\overrightarrow{هـَ}\rVert}$.	من المهم التذكير بالتعريف والخصائص للجداء القيسي في المستوى (السنة الأولى الثانوية)، وذلك بغية إدخال الجداء القيسي لمتجهين $\overrightarrow{م}$ وَ $\overrightarrow{هـ}$ في الفضاء. باعطائنا نقطة أ محددة والمتجهين $\overrightarrow{أب}$ وَ $\overrightarrow{أج}$ بحيث ان $\overrightarrow{م} = \overrightarrow{أب}$ وَ $\overrightarrow{هـ} = \overrightarrow{أج}$، ننتقل من إطار المستوى (أ ب ح) الى إطار الفضاء. يستخدم الجداء القيسي، في الفضاء كما في المستوى، لبرهنة تعامد مستقيمين لحساب المسافات والزوايا ولايجاد بعض المحالّ الهندسية. من المرغوب فيه تحديد المستوى والكرة على التوالي بـ $\overrightarrow{م}$. $\overrightarrow{أل} = ٠$ (صفر) وَ $\overrightarrow{أل} \cdot \overrightarrow{بل} = ٠$ (صفر). وعلينا التمسك بعرض مسائل تبرز الجداء القيسي كأداة تسهّل البراهين.

٤. التحويلات المستوية (١٦ سا)

في المرحلة المتوسطة، عرضت التحويلات بمظهر تجريبي، كعلاقة بين حالة أوليّة وحالة نهائية لشكل مسطح نقل من مكانه. في المرحلة الثانوية، يعتبر التحويل كتطبيق تقابلي في المستوى. سيلاحظ التلميذ إذاً ان كل نقطة في المستوى لها صورة، وليس فقط النقاط الممثلة على الشكل المعطى. سنستند على خصائص التقابلات لاظهار ان تركيب تحويلين هو تحويل، وان التحويل العكسي ل هو تحويل أيضاً. سنستند على حقيقة ان التحويلات التي ستدرس هذه السنة هي تقايسات لبرهنة خصائص المحافظة على (التسامت والتوازي والزوايا والمساحات، ...) ونتائجها.

في دراسة التحويل سنتطرق الى:

- بناء الصورة لنقطة ولشكل؛
- تأثير كل من التحويلات على التوازي والمركز المتوسط والزوايا والمسافات والمساحات.
- البحث، في حالة شكلين متقايسين معطيين، عن مقايسة تحوّل الواحدة الى الأخرى.

ستدرس التحويلات بغية استخدامها كأدوات في حلّ مسائل الأشكال الهندسية، والبناء والمحالّ الهندسية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٤.١. التقايس. الانسحاب.	١. تحديد التقايس. ٢. تحديد الإنسحاب. ٣. دراسة تأثير الإنسحاب على الأشكال الهندسية. • التعرّف الى تحويل نُقَطي في المستوى. • تعريف التقايس (المحافظة على المسافات). • التعرّف الى التقايس. • التعرف الى الإنسحاب $س_{\overrightarrow{هـ}}$ بمتجه $\overleftarrow{هـ}$.	لقد عرف التلميذ سابقاً سحب الشكل في المستوى وذلك بجعله ينزلق في اتجاه معلوم، وفي منحىً معلوم ولمسافة معلومة؛ ومن هنا الربط المقرر بين الإنسحابات والمتجه. سنظهر خصائص الإنسحاب انطلاقاً من خصائص التقابلات والمتجهات. نُلحُّ على العلاقة بين مجموع المتجهات وتركيب إنسحابين. سنرمز بـ $س_{\overrightarrow{هـ}}$ الى الإنسحاب بمتجه $\overleftarrow{هـ}$.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التعرّف الى الإنسحاب الخاص بمتجه صفري. • معرفة أن تركيب الإنسحاب $س_{\vec{هـ}}$ المَتْبُوع بالإنسحاب $س_{\vec{هـ'}}$ هو الإنسحاب $س_{\vec{هـ}+\vec{هـ'}}$. • التعرّف الى $س_{-\vec{هـ}}$ الانسحاب العكسي لِـ $س_{\vec{هـ}}$. • معرفة واستخدام الخصائص التالية الانسحاب: $خ_1$: يحافظ على المسافات (تقايس)؛ $خ_2$: يحافظ على التسامت؛ $خ_3$: يحافظ على التوازي؛ $خ_4$: يحافظ على منتصف قطعة المستقيم؛ $خ_5$: يحافظ على قياس الزوايا الموجهة؛ $خ_6$: يحافظ على التعامد؛ $خ_7$: يحافظ على المساحات؛ $خ_8$: يحافظ على المركز المتوسط.	ننصح بتعويد التلميذ على إظهار انسحاب ملائم في أشكال هندسية تضم أشكالاً أساسية (متوازي أضلاع، دوائر ذات الشعاع نفسه...).
٢.٤. الدوران المستوي.	١. تحديد الدوران المستوي. ٢. دراسة تأثير الدوران المستوي على الأشكال الهندسية المستوية. • التعرّف الى الدوران د(أ، فـ) ذي المركز أ الزاوية فـ.	بما ان المستوى مردود الى مستوى موجّه، يتعين على التلميذ إتقان المعلومات المثلثية العائدة الى الزوايا الموجهة للتمكن من التطرق الى الدوران. الجدير ذكره ان مركز الدوران (نقطة دون تغيير) ليس بالضرورة نقطة من الشكل المقصود.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة واستخدام حقيقة أن صورة المتجه $\overleftarrow{\text{ب ج}}$ في د(أ، فـ) هو متّجه، $\overleftarrow{\text{بَ جَ}}$ بحيث أن: بَ جَ = ب ج و($\overleftarrow{\text{ب ج}}$ ، $\overleftarrow{\text{بَ جَ}}$) = فـ + ٢ ن ط؛ ن ∈ ص. • تحديد صورة النقطة والمستقيم والمتّجه والدائرة في د(أ، فـ). • معرفة واستخدام الخصائص التالية الدوران: خ١: يحافظ على المسافات (تقايس)؛ خ٢: يحافظ على التسامت؛ خ٣: يحافظ على المنتصف؛ خ٤: يحافظ على التوازي؛ خ٥: يحافظ على الزوايا الموجهة؛ خ٦: يحافظ على التعامد؛ خ٧: يحافظ على المساحات؛ خ٨: يحافظ على المركز المتوسط. • التعرّف الى الدوران د(أ، − فـ) على أنه الدوران العكسي لِـ د(أ، فـ). • معرفة ان مركب الدوران د(أ، فـ) المتبوع بالدوران د(أ، فـَ) ذي المركز عينه أ، هو الدوران د(أ، فـ + فـَ).	سنرمز بـ د(أ، فـ) الى الدوران ذي المركز أ والزاوية فـ. يُنْصَح بتهيئة الطالب لاظهار الدوران المناسب في الاشكال الهندسية التي تضمّ أشكالاً اساسية (مثلث متساوي الأضلاع، مربع، دوائر ذات الشعاع عينه) والافادة منها لحل المسائل في الهندسة. سنستنتج خصائص الدوران انطلاقاً من خصائص التقابلات والزوايا الموجهة. نشدّد على الربط بين مجموع الزوايا الموجّهة وعلى تركيب دورانين لهما المركز نفسه. كما سنعالج التناظر المركزي كدوران زاويته ط. أما تركيب دورانين ذوي مركزين مختلفين فهو خارج المنهج.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٤. الانعكاس.	١. تحديد الانعكاس. ٢. دراسة تأثير الانعكاس على الأشكال الهندسية المستوية. • التعرف الى الانعكاس $ت_خ$ ذي المحور (خ). • تحديد صورة النقطة والمستقيم وقطعة المستقيم والدائرة في $ت_خ$. • معرفة وتطبيق الخصائص التالية الانعكاس: $خ_١$: يحافظ على المسافات (تقايس)؛ $خ_٢$: يحافظ على التوازي؛ $خ_٣$: يحافظ على منتصف القطعة؛ $خ_٤$: يحافظ على التسامت؛ $خ_٥$: يحافظ على الزوايا الهندسية؛ $خ_٦$: يحافظ على التعامد؛ $خ_٧$: يحافظ على المساحات؛ $خ_٨$: يحافظ على المركز المتوسط. • معرفة ان مركّب إنعكاس ما مع الإنعكاس عينه يترك كل نقطة في المستوى دون أي تغيير (تكوّر). • التعرّف الى محور التناظر لبعض الاشكال وبناؤها. • التعرّف الى تركيب انعكاسين ذوي محورين (خ) و(خَ). • الحالة التي يكون فيها (خ) متوازياً مع (خَ). • الحالة التي يكون فيها (خ) و(خَ) متقاطعين.	بوسعنا استخدام عبارة "التناظر المحوري" او "التعامدي" بدل "الانعكاس". انطلاقاً من نشاطات ملائمة، ينقاد التلميذ الى استخلاص خصائص الانعكاس والى التوضيح مثلاً، ان صورة اليد "اليسرى" هي يد "يمنى". وتجدر الاشارة الى انه بعكس حالات الانسحاب والدوران، فان مركّب انعكاسين ليس انعكاساً، لان الانعكاس هو تكوّر. وبمثابة نشاطات، يمكننا ان نطبق، على نحوٍ منفصل وعلى الشكل نفسه، تناظراً مركزياً وانعكاسياً، وذلك بهدف دراسة تأثيراته على الزوايا الموجّهة. سنرمز بِـ: $ت_خ$ الى الانعكاس ذي المحور (خ)؛ $ت_خ$(أ) الى نظير أ بالنسبة الى (خ). نقيم الرابط بين محور التناظر (خ) للشكل (ش) والانعكاس $ت_خ$، بالملاحظة ان صورة (ش) في $ت_خ$ تبقى دون تغيير، وبخاصةٍ في الحالات التالية: قطر الدائرة ومنصّف الزاوية والمنصّف العمودي لقطعة مستقيم...

التحليل (التوابع العددية) (٤٢ سا)

١. التعاريف والتمثيل (١٤ سا)

يتمحور التحليل بصورة خاصة، على مستوى هذا الصف، على دراسة التوابع التي هي أساساً منطّقة وصماء بسيطة.
ومن المرغوب فيه استخدام الحاسبة البيانية في الصف لضبط رسم المنحنى التمثيلي. واستخدام جدول المصطلحات المعلوماتية الملائم لأمر مرغوب فيه إذا ما وجد.
ومن المرغوب فيه أيضا المقاربة الحدسية للنهايات. وبما أن التوابع التي ستدرس هذه السنة جميعها متصلة على مجموعة تعريفها، فإنه يستحسن التشديد على المعنى البياني للإتصال. وتترك فكرة التمدد بالإتصال إلى الصف التالي. كما أنه من المفيد التشديد على المعنى التطبيقي للإشتقاق في الهندسة وفي علم الحركة وكذلك في الإقتصاد.
أما بالنسبة للمتتاليات العددية، فالمقصود هو جعل التلاميذ يتآلفون مع الوضعيات البسيطة. وكل تفصيل عام عن المتتاليات يجب ان يحذف. إن نهاية متتالية ستدرس لاحقاً.
وسيدرس حساب الأصول كعملية عكسية للاشتقاق فقط.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. نهاية التابع. الخطوط المقاربة.	١. تحديد نهاية التابع تا عند النقطة أ وفي اللانهاية. ٢. معرفة نهايات التوابع المألوفة. ٣. معرفة ما إذا كان للتابعِ خطوط مقاربة رأسية أو أفقية أو مائلة. ٤. نصّ واستخدام خصائص النهايات. ٥. التعرّف الى الشكل غير المحدّد وإزالة هذه الصفة عنه. • معرفة حقيقة أن $نها_{س \to أ}$ تا (س) لا معنى لها إلا اذا كان تا معرفاً على فترة تحتوي أ او تقبل أ كحد لها.	سَنُظْهِرُ بواسطة أمثلة بيانية كيف ان تابعاً يؤول إلى النهاية ن عندما تؤول س إلى النقطة أ. إن البحث عن الخطوط المقاربة المائلة ستقتصر على التوابع المنطّقة. سنوظف النسق تا(س) = ن + فا(س) مع $نها_{س \to أ}$ فا (س) = ٠ حيث تدل أ على أحد الرمزين $+\infty$ أو $-\infty$ لتهيئة دراسة خطوط المقاربة. نشدد على دور خطوط المقاربة الرأسية لتمييز $نها_{\substack{س \to أ \\ س < أ}}$ تا (س) وَ $نها_{\substack{س \to أ \\ س > أ}}$ تا (س).

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفةُ حقيقة أنه، بالنسبة للتوابع المألوفة، فإن نها$_{س \to أ}$ تا (س) = تا (أ) حيث تكون أ ضمن مجال تعريفها. • حساب نها$_{س \to أ}$ تا (س) في حالات بسيطة. • معرفة تكافؤ الكتابات التالية: – نها$_{س \to أ}$ تا (س) = ن – نها$_{س \to أ}$ (تا (س) – ن) = ٠ (صفر) – تا (س) = ن + فا (س) مع نها$_{س \to أ}$ فا (س) = ٠ (صفر) حيث تدل أ على أحد الرمزين + ∞ أو – ∞. • معرفة أن نها$_{س \to أ}$ تا (س) لا وجود له بالضرورة. • حساب نها$_{س \to أ}$ تا (س) حين تكون أ حداً لمجموعة تعريف تا. • التأويل هندسياً بعبارة خط المقاربة: نها$_{س \to أ}$ تا (س) = +∞ وَ نها$_{س \to أ}$ تا (س) = – ∞. • حساب نها$_{س \to +\infty}$ تا (س) وَ نها$_{س \to -\infty}$ تا (س) في الحالات البسيطة. • التأويل بعبارة خط المقاربة نها$_{س \to +\infty}$ تا (س) = ن وَ نها$_{س \to -\infty}$ تا (س) = ن حيث ن هو عدد حقيقي.	نجعل التلميذ يلاحظ بواسطة امثلة عددية أنه إذا كان تا (س) > جا (س) فإن نها$_{س \to أ}$ تا (س) ≥ نها$_{س \to أ}$ جا (س). سنشير الى وجود توابع لا تقبل نهايات عند + ∞ أو – ∞. إن الأشكال غير المحددة المأخوذة ستعالج كلها بالتحليل الى عوامل أو بالتبسيط. سنظهر هندسياً ان نها$_{س \to ٠}$ $\frac{جا (س)}{س}$ = ١، حيث تقاس س بالراديان.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• التأويل هندسياً بعبارة خط المقاربة $\underset{س \to +\infty}{\text{نها}}$ (تا (س) − (أ س + ب)) = ٠ (صفر) وَ $\underset{س \to -\infty}{\text{نها}}$ (تا (س) − (أ س + ب)) = ٠ (صفر). • معرفة حالة التابع الحداني أو الكسر المنطّق بمقربة اللانهائي. • تحديد معادلة خط المقاربة المائل في حالة التابع المنطق. • معرفة واستخدام نهاية كل من مجموع تابعين وجدائهما وحاصل قسمتهما. • التعرّف الى الاشكال غير المحددة وإزالة هذه الصفة عنها. • معرفة أنه إذا كانت تا (س) ≤ جا (س) على فترة تضم أ او تقبل أ كحد لها فإن: $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ تا (س) ≤ $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ جا (س). • معرفة أنه إذا كانت ما (س) ≤ تـا (س) ≤ هـا (س) علـى فترة تضم أ أو تقبل أ كحد لها وإذا كان: $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ ما (س) = $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ ها (س) = ن فإن: $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ تا (س) = ن. • معرفة أنه إذا كانت جا (س) ≤ تا (س) وأن أ هو أحد حدود مجموعة تعريف تا و جا، فإن: $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ جا (س) = + ∞ ⇐ $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ تا (س) = + ∞ وأن $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ تا (س) = − ∞ ⇐ $\underset{س \to أ}{\text{نـها}}$ جا (س) = − ∞.	
٢.١. المتتاليات العددية. المتتاليات الحسابية. المتتاليات الهندسية.	١. تمييز متتالية من الأعداد الحقيقية معرفة بمعلومية حدها العام أو بعلاقة التوالي. ٢. نص مبدأ التوالي واستخدامه في ايجاد الحد العام لمتتالية معرّفة بعلاقة توالي من الدرجة الاولى.	إن المتتالية ذات الحد العام $ع_ن$ يُشار إليها بـ ($ع_ن$). ستعطى متتالية متوالية ($ع_ن$) بـ: حدها الأول، $ع_{ن+١}$ = تا ($ع_ن$).

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	٣. تحديد متتالية متزايدة او متناقصة. ٤. تحديد متتالية حسابية بحدها الأول ونسبتها. ٥. حساب الحد العام ومجموع ن من الحدود الاوائل لمتتالية حسابية. ٦. تحديد متتالية هندسية بحدها الأول ونسبتها. ٧. حساب الحد العام ومجموع ن من الحدود الأوائل لمتتالية هندسية. • التعرّف الى متتالية عددية على انها تطبيق لجزء من **ط** في **ح**. • حساب حدود متتالية عددية. • معرفة واستخدام مبدأ الاستدلال بالتوالي. • دراسة منحى التغير في متتالية عددية بِـ: – إشارة $ع_{ن+١} - ع_{ن}$؛ – مقارنة $\frac{ع_{ن+١}}{ع_{ن}}$ بـ ١ اذا كانت حدود المتتالية موجبة بدقة. – تغير التابع تا اذا كانت تا معرفة على $[٠، +\infty[$ وَ $ع_{ن} =$ تا(ن). • التعرّف الى المتتالية الحسابية بحدها الاول ونسبتها. • حساب الحد العام لمتتالية حسابية. • حساب مجموع ن من الحدود الاوائل لمتتالية حسابية. • التعرّف الى متتالية هندسية بحدها الأول ونسبتها. • حساب الحد العام لمتتالية هندسية. • حساب مجموع ن من الحدود الاوائل لمتتالية هندسية.	ومما يشار اليه ان معلومية ع. (صفر) والعلاقة $ع_{ن+١} =$ تا $(ع_{ن})$ لا تتيح دائماً تعريف المتتالية $(ع_{ن})$. إن مقاربة المتتاليات لا تشكل جزءاً من منهج هذا الصف. سنلفت انتباه التلميذ الى أهمية الشرط الأولي في الإستدلال بالتوالي (يمكن لخاصية ان تكون وراثية دون ان تكون صحيحة). سنلاحظ ان حساب الحدود الاوائل لمتتالية لا تتيح ان نستنتج منه التصرف الشامل للمتتالية؛ وهو يتيح، بالمقابل التخمين. إن قواعد المتتاليات الحسابية والهندسية ستستخدم كنماذج لتعلم الإستدلال بالتوالي. من المهم تهيئة التلميذ للتقنيات النوعية للمتتاليات عن طريق تطبيقها على اسئلة سبق ان تمّ التطرق اليها مع التوابع: التزايد، التناقص، الخ ...

٢. الاتصال والاشتقاق (٢٢ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. الاتصال.	١. تعريف الاتصال لتابع عند نقطة. ٢. التعرّف الى تابع متصل على فترة مفروضة. ٣. تحديد فترات اتصال التوابع المألوفة. • معرفة ان تابعاً معرفاً على فترة تضم العدد أ يكون متصلاً عند أ إذا ما كان $\underset{\text{س} \to \text{أ}}{\text{نـها}}\ \text{تا}(\text{س}) = \text{تا}(\text{أ})$. • التعرّف بيانياً الى تابع متصل على فترة محتواة في مجال تعريفها. • معرفة ان كل التوابع المألوفة هي متصلة على أي فترة من مجال تعريفها.	إن مفاهيم الاتصال الى اليسار والى اليمين لا تشكل جزءاً من المنهج. بما أن الاتصال هو مفهوم صعب الإستيعاب تحليلياً، فلن نقربه هذه السنة إلاّ بيانياً. سنقبل اتصال التوابع التي سندرسها على مجموعة تعريفها.
٢.٢. مشتق التابع في نقطة.	١. تحديد مشتق التابع في نقطة واعطائه تأويلاً هندسياً وتأويلاً حركياً. • التعرّف الى معدل التزايد لـِ تا عند أ: $\dfrac{\text{تا}(\text{أ}+\text{ﻫ}) - \text{تا}(\text{أ})}{\text{ﻫ}}$ وتأويل إشارتها. • معرفة ان مشتق تا عند أ هو العدد: $\text{ن} = \underset{\text{ﻫ} \to 0}{\text{نـها}} \dfrac{\text{تا}(\text{أ}+\text{ﻫ}) - \text{تا}(\text{أ})}{\text{ﻫ}} = \underset{\text{س} \to \text{أ}}{\text{نـها}} \dfrac{\text{تا}(\text{س}) - \text{تا}(\text{أ})}{\text{س} - \text{أ}}$ عندما تكون هذه النهاية موجودة.	لكي ندخل مفهوم العدد المشتق عند نقطة سنطلب من التلميذ حساب نهايات معدلات تغيير التوابع البسيطة. إن مفهوم الاشتقاق عند نقطة يقبل ثلاثة مظاهر غير منفصلة: • المظهر الهندسي، الذي يؤدي الى مفهوم الظل. • المظهر العددي، الذي يُدْخِلُ تقريب التابع االعددي في جوار نقطة إلى تابع تآلفي. • المظهر الحركي المربوط بمفهوم السرعة الآنية.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة ان العدد المشتق لِـ تا عند أ هو المعامل الدليلي لمماس المنحنى التمثيلي لِـ تا في النقطة (أ، تا (أ)) وان معادلة المماس عند هذه النقطة هي: ص − تا (س) = ن (س − أ). • معرفة ان السرعة الآنية في الوقت و. (صفر) لمتحرك ل، عُبِّرَ عن قانونه التوقيتي بِـ و ← تا (و)، هي مشتق تا عند و. (صفر). • معرفة انه، اذا كانت نهاية معدل التزايد لِـ تا عند أ غير منتهية فإن المماس على الرسم البياني عند النقطة (أ، تا (أ)) يكون متوازياً مع المحور الصادي. • معرفة انه، اذا كان المشتق عند أ مساوياً للصفر، فان المماس على الرسم البياني عند النقطة (أ، تا (أ)) يكون متوازياً مع المحور السيني.	نشدد على المظهر الهندسي ونعالج المظهرين الآخرين بنشاطات التطبيق المباشرة. لن يفوتنا درس الوضع النسبي لمنحنى ولمماسه عند نقطةٍ.
٣.٢. التابع المشتق.	١. حساب التابع المشتق لكل من التوابع المألوفة. ٢. نصّ نظريات الاشتقاق واستخدامها. • التعرّف الى تابع قابل للاشتقاق على فترة. • حساب مشتق التوابع المألوفة. • معرفة واستخدام مشتق كُلٍ من (م + هـ) وَ (م . هـ) وَ (أم) وَ $\frac{م}{هـ}$ وَ $\frac{١}{هـ}$ وَ $م^{ن}$ حيث م وَ هـ هما تابعان قابلان للاشتقاق. • معرفة ان مجال تعريف تاَ محتوىً في مجال تعريف تا لكنه ليس مساوياً له دائماً.	نستخلص، انطلاقاً من نشاطات ملائمة، صيغ الاشتقاق التي يتعيّن على التلميذ حفظها. سيستخدم التابع المشتق بخاصةٍ لدراسة التوابع. نحرص على ألاّ نختار، لهذا العمل، توابع معقدة الشكل. مع ان دراسة الاشتقاق ليست هدفاً بذاتها، فمن المرغوب فيه الإكثار من التمارين للوصول بالتلميذ الى إتقان تام لهذا الحساب.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة واستخدام حقيقة ان تابعاً قابلاً للاشتقاق على فترة يكون متزايداً (توالياً متناقصاً) على هذه الفترة، إذا كان تابعه المشتق موجباً (توالياً سالباً)؛ وان المشتق للتابع الثابت هو صفري. • معرفة أنه، إذا كان تاَ صفرياً، مع تغيُّر إشارته عند أ، فإن تا (أ) تكون هي القيمة القصوى الموضعية لِـ تا. • التعرّف بيانياً الى تابع متصل غير قابل للاشتقاق في نقطة.	
٤.٢. دراسة التوابع: التوابع الكثيرات الحدود، التوابع المُنطقة.	١. دراسة التابع المُنطَّق والتابع غير المُنطَّق بنسق $س \mapsto \sqrt{أس + ب}$ وتمثيلها البياني. • إيجاد مجال تعريف التابع إذا لم يكن معطى. • الإختزال إذا أمكن، لمجال الدراسة بالأخذ بالإعتبارات الشفعية. • التحقق من ان نقطة معلومة هي مركز تناظر للمنحنى التمثيلي للتابع وأن مستقيماً متوازياً مع الصادات هو محور تناظر لهذا المنحنى. • دراسة النهايات عند الحدود المفتوحة لفترات مجال التعريف او مجال الدراسة وذلك لايجاد الخطوط المقاربة. • إيجاد الخط المقارب المائل لتابع منطّق او التحقق منه عندما يكون مقترحاً. • دراسة وضع المنحنى بالنسبة الى خطه المقارب. • دراسة وضع المنحنى (مـ) المُمَثِّل للتابع تا بالنسبة الى المماس في نقطة من (مـ). • حساب المشتق وتحديد إشارته. • تنظيم جدول تغير يختصر دراسة التابع. • رسم المنحنى التمثيلي للتابع.	مع ان دراسة التوابع في منهج هذه السنة، تبدو كَغاية في ذاتها، إلا أنه يجب الا يغيب عنا ان هذه الدراسة هي مفيدة جداً وفعالة في الحل التقريبي للمعادلات، وفي حل مسائل الحصول على المردود الأعلى وفي مقارنة التوابع. فمن المرغوب فيه إذاً ألاّ تنحصر المسائل عند دراسة التابع المفروض، وبل ان تمتد الى وضعيات مأخوذة من العلوم الأخرى وبخاصةٍ من الهندسة. إذا كانت الحاسبة المبرمجة متوفرة فلعل من المناسب الافادة منها لجعل التلميذ يتآلف مع البحث عن حل تقريبي لمعادلة من نسق تا (س) = ٠ (صفر) بطريقة التفرع الثنائي والمسح. سنقتصر على التوابع المنطقة من النسق $\frac{ت(س)}{خ(س)}$ مع درجة (ت(س)) − درجة (خ(س)) ≤ ١. من اجل تمهيد ناجح لِتَغَيُّر تابع، لعلّ من الموافق رسم المنحنيات التمثيلية للتوابع تا وتاَ على الرسم البياني عينه وقراءة تغيرات تا بواسطة ترسيمة تاَ. ستتيح دراسة توابع من مثل: $س \mapsto \sqrt{س}$ وَ $س \mapsto \|س^٢ - ١\|$ إدخال مفهوم المماس الرأسي.

٣. التكامل (٦ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٣. أصول التابع المتصل على فترة.	١. التعرُّف الى الانتقال من التابع الى الأصل كعملية عكسية للاشتقاق. ٢. معرفة أن التابع الثابت هو أصل التابع الصفري واستنتاج العلاقة التي تربط أصلين للتابع عينه على فترة ف. ٣. ذكر أصول التوابع المألوفة والتحقق من كُلٍ منها. ٤. استخدام الخطية في حساب الأصول. • معرفة تحديد أصل تابع متصل على فترة ف. • معرفة ان التابع الثابت هو أصل للتابع الصفري. • معرفة ان الفرق بين أصلين لتابع واحد هو ثابت على فترة ف. • معرفة ان للتابع المتصل على فترة ف أصولاً غير متناهية العدد. • معرفة أصول التوابع تا المعرفة بالعبارات التالية على الفترة ف: $س^{ن}\ (ن \neq -١)$؛ $\frac{١}{\sqrt{س}}$؛ $\sqrt{س}$ ؛ جتا س؛ جا س؛ $\frac{١}{جتا^{٢} س}$؛ $\frac{١}{جا^{٢} س}$؛ جتا (ف س)؛ جا (ف س) حيث $ف \neq ٠$. • ايجاد أصل تابع يحقق شرطاً معلوماً. • حساب أصل تابع بتحليله الى مجموع توابع نعرف أصولها. • معرفة أن كـ ت هو أصل لِ كـ تـ حيث ت هو أصل لِ تـ وَ كـ هو عدد ثابت. • تحويل كثيرة حدود مثلثية إلى الشكل الخطي وذلك لحساب أصولها.	سنستخدم $\int$ تا (س) دس لترميز أحد أصول التابع تا معرفاً بفارق ثابت. سيتعلم التلميذ حساب الأصل الذي يحقق شرطاً معلوماً. سنحسب أصول التوابع البسيطة الناتجة من توافيق خطية للتوابع المألوفة ولتوابع مثلثية بسيطة. إن أصول التوابع المنطقة ليست من المنهج. سنقبل بأن لكل تابع متصل على فترة ف أصل على ف.

حساب المثلثات (١٥ سا)

١. الخطوط المثلثية (٤ سا)

إن مفهوم الزاوية الموجهة، وإن كان في الظاهر قليل الأهمية في الهندسة التقليدية، فهو يجد حقله التطبيقي في علم المثلثات وفي دراسة التحويلات؛ وهكذا فإننا سنتحدث عن التحويلات التي تحافظ على الزوايا الموجهة وعن التحويلات التي لا تحافظ عليها.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. الزاوية الموجّهة بين متجهين.	١. تحديد زاوية متجهين أُحاديين وزاوية متجهين عاديين غير صفريين. والقياس أساسي والزاوية الصفرية. ٢. جمع زاويتين واستخدام علاقة شاسل. ٣. قياس الزاوية الموجهة لمتجهين. ٤. تعريف الإحداثيات القطبية لنقطة ما في المستوى بالنسبة الى محور قطبي (أ، $\overleftarrow{\text{د}}$). • التعرّف الى زاوية متجهين أُحاديين. • التعرّف الى زاوية متجهين. • حساب القياس الأساسي لزاوية متجهين. • معرفة علاقة شاسل المتعلقة بالزوايا الموجهة.	إن الانتقال من الحساب على الزوايا الهندسية الى الحساب على الزوايا الموجّهة، يُظْهِرُ بعض الصعوبات لدى التلميذ. غير ان إدخال الزاوية الموجّهة لمتجهين إنطلاقاً من زاوية متجهين أحاديين وتوجيه معارف التلميذ نحو الاقواس الموجّهة، سيسهلان مهمته. نشير الى ان مفهوم الزاوية الموجهة لمتجهين تتيح تعزيز خصائص الدوران. نشير بـ ($\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ}}$) الى الزاوية الموجهة لمتجهين $\overleftarrow{\text{م}}$ و $\overleftarrow{\text{هـ}}$ وكذلك الى قياس هذه الزاوية. نقول ان المثلث أ ب ج هو مباشر إذا كان التعيين الأساسي للزاوية ($\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ج}}$) موجباً بدقة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة ان: (هـ ، م) = − (م ، هـ) + ٢كـ ط (− م ، هـ) = (م ، هـ) + ط + ٢كـ ط (− م ، م) = ط + ٢كـ ط (م ، هـ) = (− م ، − هـ) + ٢كـ ط = (فـ م ، فـ هـ) + ٢ كَ ط؛ فـ ∋ ح* (م ، م) = ٠ + ٢كـ ط. • معرفة انه إذا كانت أ وَ ب وَ ج ثلاث نقاط متمايزة فان: (أ ب ، أ ج) + (ب ج ، ب أ) + (ج أ ، ج ب) = ط + ٢ كـ ط. • التعرّف الى أساسية مباشرة. • معرفة صيغ العبور من الاحداثيات القطبية للمحور (أ، د) الى الاحداثيات الديكارتية في المعلم المتعامد النظيمي المباشر (أ، د ، ر)، وبالعكس.	
٢.١. القوانيـــن المثلثيـــة المألوفة.	١. معرفة واستخدام الصيَغ المثلثية المألوفة. • معرفة صيَغِ الجمع التي تعطي: جتا (عـ − بـ) وَ جتا (عـ + بـ) وَ جا (عـ − بـ) وَ جا(عـ + بـ) وَ جا (٢عـ)، جتا (٢ عـ).	إن صيغ جمع القوس وكذلك صيغ تضعيفه، والخطية التحويل تأتي لتكمل المفاهيم الأولية في علم المثلثات التي درست في السنة الاولى الثانوية. ومن المرغوب فيه، لتسهيل الحفظ، ان يقوم التلميذ بإيجاد الصيغ إنطلاقاً من إحداها. وهكذا يستطيع إيجاد الصيغ التي تعنى بالأقواس المرتبطة بقوس معطى.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• حساب جتا^٢^عـ، جا^٢^عـ بواسطة جتا (٢عـ). • معرفة واستخدام الصيغ التي تعطي: ظل (عـ − بـ) وَ ظل (عـ + بـ) وَ ظل (٢عـ) بواسطة ظل عـ وَ ظل بـ. • معرفة الصيغ التي تعطي: جا عـ، جتا عـ وظل عـ بواسطة ظل $\frac{عـ}{٢}$ واستخدامها. • معرفة واستخدام صيغ التحويل لـ: جا مـ + جا نـ وَ جا مـ − جا نـ وَ جتا مـ + جتا نـ وَ جتا مـ − جتا نـ.	بالرغم من ان العلاقات المترية في المثلث ليست مطروحة الا في منهج السنة التالية فمن المناسب ممارسة نشاطات هندسية منذ هذه السنة، تُظْهِرُ منفعة الصيغ المثلثية وفعاليتها.

٢. المعادلات المثلثية (٧ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. حلول المعادلات من النسق: جا س = هـ، جتا س = هـ، وظا س = هـ.	١. حلّ هذه المعادلات ومناقشتها. • معرفة ان جا س = هـ وجتا س = هـ ليس لهما حلول إلاّ إذا كان: −١ ≤ هـ ≤ ١. • حلّ المعادلات من النسق جا س = جا د وَ جتا س = جتا د. • حلّ المعادلات من النسق جا س = هـ وَ جتا س = هـ حيث هـ عدد حقيقي مميز وهذا يعني أن |هـ| ∈ {٠، $\frac{١}{٢}$، $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ١}.	

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• استخدام الحاسبة لايجاد حل تقريبي لمعادلة من النسق جا س = هـ وجتا س=هـ حيث هـ أي عدد حقيقي واكمال الحل في ح او في فترة معينة. • استخدام الدائرة المثلثية لحل المعادلة جا س = هـ وجتا س = هـ حيث هـ عدد حقيقي. • حلّ المعادلات من النسق ظل س = ظل د. • حلّ المعادلات من النسق ظل س = هـ حين |هـ| ∍ {٠، $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ، $\sqrt{٣}$، ١}. • استخدام الحاسبة لايجاد حلّ تقريبي للمعادلة ظل س = هـ واكمال الحل في ح أو في فترة معطاة. • استخدام الدائرة المثلثية لحلّ المعادلة ظا س = هـ.	

٣. التوابع الدائرية (٤ سا)

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.١. دراسة التوابع الدائرية.	١. إظهار دورية التوابع الدائرية وشفعيتها. ٢. دراسة اتصال التوابع الدائرية واشتقاقها. ٣. دراسة التوابع الدائرية وتمثيلها بيانياً. • معرفة ان التوابع جيب وجيب التمام هي مُعَرَّفَة ومتصلة وقابلة للاشتقاق في ح. • معرفة ان التوابع جيب وجيب التمام هي دورية وأن دورتها تساوي ٢ط. • التعرّف الى شفعية التوابع جيب وجيب التمام. • معرفة واستخدام التوابع المشتقة لِ جيب ولِ جيب التمام.	يجب ألاّ تدرس التوابع الدائرية بمعزل عن التوابع عامة. علاوة على ذلك فإن دراستها ستوفر للتلميذ عدداً كبيراً من الأمثلة عن الشفعية والدورية للتوابع البسيطة. كما ان هذه الدراسة ستتيح الاستزادة في دقة حلّ المعادلات المثلثية البسيطة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
	• معرفة ان التابع جيب التمام هو متناقص على [٠، ط]. • معرفة ان التابع جيب هو متزايد على $\left[٠ ، \frac{ط}{٢}\right]$ ومتناقص على $\left[\frac{ط}{٢} ، ط\right]$. • التمثيل البياني للتوابع جيب وجيب التمام. • معرفة ان التابع الظل هو معرف ومتصل وقابل للاشتقاق لكل عدد حقيقي س مختلف عن $(٢ك + ١)\frac{ط}{٢}$، حيث ك ∍ ص. • معرفة ان التابع الظل هو دوري ودورته ط. • معرفة ان التابع الظل هو فردي. • معرفة واستخدام التابع المشتق للتابع الظل. • معرفة ان التابع الظل يكون متزايداً على $\left]-\frac{ط}{٢} ، \frac{ط}{٢}\right[$ كذلك فإن $\underset{\substack{س \to -\frac{ط}{٢} \\ س > -\frac{ط}{٢}}}{نها}$ ظل س = − ∞ وكذلك فإن $\underset{\substack{س \to \frac{ط}{٢} \\ س < \frac{ط}{٢}}}{نها}$ ظل س = + ∞، وأنه يقبل بالمستقيمين ذوي المعادلتين س = $-\frac{ط}{٢}$ و س = $\frac{ط}{٢}$ كخطي مقاربة. • التمثيل البياني لتابع الظل على $\left]-\frac{ط}{٢} ، \frac{ط}{٢}\right[$. • معرفة ان التابع تظل يكون متناقصاً على]٠، ط[، كذلك فإن $\underset{\substack{س \to ٠ \\ س > ٠}}{نها}$ تظل = + ∞ وكذلك فإن $\underset{\substack{س \to ط \\ س < ط}}{نها}$ تظل = − ∞، وأنه يقبل بالمستقيمين ذوي المعادلتين س = ٠ (صفر) وَ س = ط كَخَطَّيْ مقاربة.	

الاحصاء والاحتمال (٢٠ سا)

١. الاحصاء (٨ سا)

في هذا الصف، علينا العمل على متسلسلات إحصائية ذات صفة متصلة.
أما وقد عالجنا المتسلسلات الاحصائية ذات الصفة المنفصلة في السنة الاولى الثانوية، فانه يتعين على التلميذ الآن أن يتوصل الى اتقان العبور من الصفة المنفصلة الى الصفة المتصلة.
نسجل الملاحظة بان التجميع في فئات أو فترات يقود الى نقص في المعلومات. وبالمقابل، فان عدة تجميعات مختلفة للمتسلسلة الإحصائية عينها تعطي فكرة أوضح عن الدراسة القائمة.
وتجدر الاشارة الى انه اذا كانت التمثيلات البيانية (المدرّجات التكرارية والمضلعات) لا تكفي لشرح كل شيء، فانها تتيح مع ذلك، توضيح بعض مظاهر الدراسة القائمة.
ومن المرغوب فيه، لتحفيز التلاميذ، ان تكون الامثلة المقترحة حقيقية ومرتبطة بشكل وثيق بالمجالات العلمية والاقتصادية والاجتماعية.
كما ينصح باستخدام الآلة الحاسبة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.١. الصفة المتصلة؛ التوزيع الى فئات.	١. إقتراح تجميعات مختلفة للمتسلسلة الاحصائية عينها تكون أفضل تكيفاً مع الدراسة القائمة. • تحديد فترة [أ، ب] في ح تحتوي على كل قيم الصفة. • التعرّف الى الفئة وتحديد مركزها. • اختيار تجزئة لِ [أ، ب] الى عددٍ محدودٍ من الفترات (الفئات) متساوية السعة. • إجراء عدة تجميعات في فئات، للمتسلسلة عينها. • الانتقال من الصفة الكمية المنفصلة، الى الصفة الكمية المتصلة عن طريق التجميع في فئات.	سنقتصر على الفئات المتساوية السعة. سنقبل بأن تكون المجاميع في كل فئة أو فترة، موزعة توزيعاً منتظماً. يجب ان تكون حدود الفئات قيماً بسيطة (غير كسرية). يتعلق عدد الفئات التي يجب تبنّيها بالظاهرة المدروسة، بالدقة وبالقياس الذي نودّ بلوغه وبمجموع السكان الذين ندرسهم. عندما تكون الفئة الاولى والفئة الأخيرة غير محددتين تحديداً صحيحاً، نعطيهما فئات بالفترة عينها كغيرهما من الفئات.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٢.١. المتسلسلات الاحصائية للمجاميع والتكرارات؛ المدرّج التكراري، المضلّعات.	١. تمثيل المجاميع والتكرارات بمدرجات تكرارية وبمضلّعات. • ترجمة المعلومات في جدول المجاميع والتكرارات. • تمثيل المجاميع والتكرارات بمدرّج تكراري ومضلّع. • قراءة رسم بياني للمجاميع.	يجب ان يتمّ التمثيل البياني في المستوى بالاحداثيات الديكارتية ومقاس درجي رأسي معروف بالحسابي. يجب ان يكون هذا التمثيل واضحاً وبسيطاً ليجسّد بسرعة المنحى العام للظاهرة المدروسة. وقد يستخدم لاكمال جدول مجاميع أو تكرارات وترجمته. وهو يحمل على المقارنات مع ظواهر مشابهة. ينبغي تجنب الرسم البياني المعقد والمشحون بالمعلومات.
٣.١. المتسلسلات الاحصائية للمجاميع والتكرارات المتراكمة؛ المدرّج التكراري المضلّعات.	١. حساب المجاميع والتكرارات المتراكمة وتمثيلها بيانياً. • تنظيم جدول المجاميع المتراكمة. • تنظيم جدول التكرارات المتراكمة. • تمثيل المجاميع المتراكمة والتكرارات المتراكمة بمدرّج تكراري ومضلّع. • قراءة رسم بياني لمجاميع متراكمة.	يمكن ان يمثّل منحنى التكرارات المتراكمة على الرسم البياني عينه مع المدرّج التكراري، في الحالة الوحيدة التي يمكن عندها تدريج المحاور (الفئات متساوية السعة).

٢. الاحتمال (١٢ سا)

يجب ادخال مفهوم الاحتمال بطريقة حدسية. وعلينا تجنب أي عرض نظري. المقصود هو تدريب التلاميذ على وصف اختبار عشوائي بسيط.
إن الهدف من حساب الإحتمالات والمأمول منه هو استباق نتائج الوضعيات التي تعود الى الصدفة وحسابها، الأمر الذي يحدث باستمرار في الحياة اليومية.
في أيامنا هذه يستخدم حساب الاحتمال في مجالات متعددة: استطلاعات الرأي، التأمينات، علم الرصد الجوي، علم الحياة، الفيزياء، الخ.
من المرغوب فيه ربط الاحتمالات بالاحصاءات وذلك بالمقاربة بين التكرار والاحتمال.
ويجب ان تكون الوضعيات المقترحة بسيطة، وألاّ تتضمن صعوبات توافيقية.
كما ينصح باستخدام الآلة الحاسبة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
١.٢. مفهوم الاحتمال.	١. تقدير قيمة الاحتمال لحادثة ما والتحقق تجريبياً من هذا التقدير. • معرفة تقدير قيمة الاحتمال لوضعية معطاة. • التحقق بالتجربة من هذا التقدير.	يجب ان نهيئ التلميذ لوصف بعض التجارب العشوائية في الحياة اليومية، باستخدام جدول، أو شجرة بغية تقدير قيمة الاحتمال. يجب ان تحدد الحادثة بدقة فلا يتضمن تحقيقها أي التباس.
٢.٢. المجموعة الكلية للامكانات. حالة الحوادث المتساوية الاحتمال.	١. تعريف العبارات التالية: إمكانية، حادثة، المجموعة الكلية للامكانات، حادثة أكيدة، حادثة مستحيلة، حوادث متساوية الاحتمال. • التعرّف الى الإمكانية. • التعرّف الى الحادثة وإلى الحادثة الأولية. • التعرّف الى المجموعة الكلية للامكانات Ω. • التعرّف الى الحادثة الأكيدة وإلى الحادثة المستحيلة $\varnothing$. • التعرّف الى الحوادث المتساوية الإحتمال.	نشير بـ Ω الى الحادثة الأكيدة وبـ $\varnothing$ الى الحادثة المستحيلة.

المحتوى	الأهداف	التعليق والإرشاد
٣.٢. خصائص الاحتمال.	١. حساب احتمال الحادثة باستخدام الخصائص الأساسية للاحتمال. • التعرّف الى احتمال الحادثة الأكيدة وكأنها تساوي ١ (ل(Ω) = ١). • معرفة أنه إذا كانت أ ≠ $\emptyset$ فإن ل(أ) > ١. • معرفة أنه إذا كانت أ هي الحادثة المستحيلة فإن ل(أ) = ٠ (صفر). • معرفة أنه إذا كانت ح = {حـ١، حـ٢، ....، حـن} فإن ل(ح) = ل(حـ١) + ل(حـ٢) + ... + ل(حـن). • معرفة أنه بالنسبة لأيِّ حادثة ح يكون لدينا: (صفر) ٠ ≤ ل(ح) ≤ ١.	سنلاحظ انه بالنسبة إلى حادثة أ فإن الصيغة ل(أ) = عدد الحالات الملائمة / عدد الحالات الممكنة لا تكون صحيحة إلا في الحوادث المتساوية الإحتمال.
٤.٢. حساب الاحتمالات: الحادثة (ح وَ د)، الحادثة (ح أو د)، الحوادث المتنافية، الحوادث المتناقضة.	١. التمييز بين هذه الحوادث وإجراء الحسابات. • التعرّف الى الحادثة (ح وَ د). • التعرّف الى الحادثة (ح أو د). • التعرّف الى حادثتين متنافيتين. • التعرّف الى حادثتين متناقضتين. • معرفة أنه إذا كانت ح وَ د متنافيتين، فإن ل(ح وَ د) = ٠ (صفر) وَ ل(ح أو د) = ل(ح) + ل(د). • معرفة أنه، لأيِّ حادثتين عاديتين ح وَ د، فإن: ل(ح أو د) = ل(ح) + ل(د) − ل(ح وَ د). • معرفة أنه إذا كانت ح وَ $\bar{ح}$ هما حادثتين متناقضتين، فان: ل(ح) + ل($\bar{ح}$) = ١.	سنذكر بالمكتسبات السابقة ومن ثم سنوسعها بالصيغتين التاليتين: ل(ح ∪ د) = ل(ح) + ل(د) − ل(ح ∩ د) وَ ل(ح) + ل ($\bar{ح}$) = ١ وهي ليست صحيحة إلا في الحالة التي تكون فيها ح وَ د جزءان من المجموعة الكلية عينها. كما سنستخدم قواعد الترانيب والتباديل.

CURRICULUM DE MATHEMATIQUES

(Décret-loi No: 10227 Date: 8 Mai 1997)

(Détail du contenu des deuxièmes années de chaque cycle)

(Français - Anglais - Arabe)

TABLE DES MATIERES

	PAGES
EDUCATION DE BASE	
ENSEIGNEMENT PRIMAIRE	
PREMIER CYCLE	
DEUXIEME ANNEE	
ARITHMETIQUE ET ALGEBRE	
1. ENTIERS NATURELS	110
2. ADDITION	112
3. SOUSTRACTION	113
4. MULTIPLICATION	114
5. DIVISION	115
GEOMETRIE	
1. LOCALISATION ET REPERAGE	116
2. CORPS SOLIDES	116
3. FIGURES PLANES	117
4. TRANSFORMATIONS	118
MESURE	
1. LONGUEUR	119
2. MASSE	119
DEUXIEME CYCLE	
CINQUIEME ANNEE	
ARITHMETIQUE ET ALGEBRE	
1. ENTIERS NATURELS	120
2. FRACTIONS	122
3. DECIMAUX	123
4. ADDITION	124
5. SOUSTRACTION	125
6. MULTIPLICATION	126
7. DIVISION	127

GEOMETRIE
1. LOCALISATION ET REPERAGE 128
2. CORPS SOLIDES 128
3. FIGURES PLANES 129
4. TRANSFORMATIONS 130

MESURE
1. LONGUEUR 131
2. SURFACE 131
3. ANGLE 132
4. CAPACITE 132

STATISTIQUE
1. GESTION DES DONNEES 133

CYCLE MOYEN
HUITIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE
1. ENTIERS NATURELS 134
2. FRACTIONS 134
3. DECIMAUX 135
4. RACINES CARREES 136
5. OPERATIONS 137
6. PROPORTIONNALITE 138
7. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES 138
8. EQUATIONS ET INEQUATIONS 139

GEOMETRIE
1. LOCALISATION ET REPERAGE 141
2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE 142
3. FIGURES PLANES 143
4. TRANSFORMATIONS ET VECTEURS 146

STATISTIQUE
1. GESTION DES DONNEES 147

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
DEUXIEME ANNEE - SERIES HUMANITES

ALGEBRE
1. FONDEMENTS 148
2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL 149
3. EQUATIONS ET INEQUATIONS 150
4. POLYNOMES 151

ANALYSE (FONCTIONS NUMÉRIQUES)
1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION 152

2. CONTINUITE ET DERIVATION 155
3. INTEGRATION 158

STATISTIQUE ET PROBABILITE
1. STATISTIQUE 159
2. PROBABILITE 161

DEUXIEME ANNEE - SERIES SCIENTIFIQUES

ALGEBRE
1. FONDEMENTS 163
2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL 164
3. EQUATIONS ET INEQUATIONS 165
4. POLYNOMES 168
5. NOMBRES 169

GEOMETRIE
1. ETUDE CLASSIQUE 172
2. ETUDE VECTORIELLE 176
3. ETUDE ANALYTIQUE 182
4. TRANSFORMATIONS PLANES 184

ANALYSE
1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION 187
2. CONTINUITE ET DERIVATION 191
3. INTEGRATION 194

TRIGONOMETRIE
1. LIGNES TRIGONOMETRIQUES 196
2. EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES 198
3. FONCTIONS CIRCULAIRES 199

STATISTIQUE ET PROBABILITE
1. STATISTIQUE 201
2. PROBABILITE 203

EDUCATION DE BASE
ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

PREMIER CYCLE

DEUXIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE (120 h)

1. ENTIERS NATURELS (25 h)

En première année, les élèves ont travaillé les nombres inférieurs à 100. Ils ont probablement été confrontés, par oral ou par écrit, en dehors du cadre scolaire, à des nombres supérieurs à 100.

Le stade de construction du nombre et le stade oral de comptage précèdent le stade écrit. Il est très important que l'élève représente les nombres à l'aide d'un matériel et sans être tributaire d'un seul matériel.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Nombres inférieurs à 1000.	1. Prolonger la suite des entiers naturels jusqu'à 1000. 2. Ecrire un nombre de trois chiffres dans le système de numération décimale. 3. Lire ce nombre. • Reconnaître 100 comme étant: - le nombre qui suit 99; - 99+1; - 10 dizaines. • Ecrire les centaines en chiffres. • Lire et écrire en chiffres les nombres inférieurs à 1000. • Déterminer dans un nombre le chiffre des unités, celui des dizaines et celui des centaines.	L'étape cent est une étape fondamentale. Il n'y a pas d'autres étapes avant le millier. Autrement dit, une fois les centaines introduites, l'élève doit être capable d'écrire n'importe quel nombre inférieur à 1000. Nous rappelons toutefois que les premiers nombres supérieurs à 100 sont les plus difficiles à acquérir. Par exemple 103 est plus difficile que 165. Dans un nombre de trois chiffres, nous parlerons seulement du chiffre des dizaines (ou des centaines). La notion du nombre de dizaines (ou de centaines) sera réservée aux classes supérieures.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Lecture et écriture en lettres des nombres inférieurs à 100.	1. Ecrire les nombres de 1 à 100 en lettres.	L'élève sait écrire en chiffres les nombres inférieurs et parfois supérieurs à 100. L'écriture des nombres en lettres ainsi que leur lecture se feront en corrélation avec le degré d'apprentissage de la langue.
1.3 . Ordre, signes < et >; représentation sur une droite.	1. Comparer deux nombres entre 1 et 1000 et utiliser les symboles < et >. 2. Ordonner une suite de nombres. • Comparer deux nombres et utiliser les signes < et >. • Ordonner des nombres. • Déterminer le nombre qui vient juste avant et celui qui vient juste après un nombre donné. • Représenter les nombres sur une droite. • Compter de 10 en 10, de 100 en 100. • Encadrer un nombre inférieur à 99 par deux multiples consécutifs de 10. • Encadrer un nombre inférieur à 999 par deux centaines consécutives.	En première année, l'élève a appris à comparer deux nombres inférieurs à 100 sans l'usage des signes < et >. Cette classe sera l'occasion de comparer des nombres inférieurs à 1000 et d'utiliser correctement les signes < et >. Nous recommandons de ne pas en faire d'abus et de garder présent à l'esprit que nous pouvons ordonner des nombres et les représenter sur une ligne en faisant apparaître leur succession sans pour cela avoir recours à ces signes. Il est important de distinguer entre l'élève qui se trompe dans l'emploi du signe < ou > et celui qui ne reconnaît pas lequel des deux nombres est le plus grand. Pour comparer deux nombres, on pourra procéder à partir de leurs écritures développées. La représentation des nombres sur une ligne est un outil pour certaines activités numériques dans cette classe. Il faut que l'élève puisse y avoir recours selon ses propres besoins. Cette ligne n'est pas obligatoirement graduée.
1.4. Ecriture développée.	1. Ecrire un nombre sous forme développée. • Donner l'écriture développée d'un nombre. • Ecrire le nombre dont on connaît l'écriture développée.	L'écriture développée d'un nombre va de pair avec la découverte de l'écriture des nombres et est une base indispensable pour la compréhension de toutes les techniques opératoires qui seront acquises ultérieurement ainsi que pour les exercices de calcul réfléchi.

2. ADDITION (30 h)

La maîtrise de la technique opératoire de l'addition est un objectif fondamental pour cette année. On développera parallèlement des procédés de calcul réfléchi préparant ainsi l'élève à choisir, par la suite, la technique la plus appropriée à une situation donnée.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Mémorisation des tables d'addition.	1. Compléter les équations additives quelle que soit la position de l'inconnue. 2. Mémoriser les résultats de la table d'addition jusqu'à 9. • Compléter les équations additives quelle que soit la position de l'inconnue. • Compléter, de mémoire, $a+b=...$, a et b étant inférieurs à 9.	La décomposition des nombres en une somme de deux nombres facilite la mémorisation des tables d'addition. Cette mémorisation aidera à compléter n'importe quelle équation additive sans recourir à un matériel.
2.2. Maîtrise de la technique opératoire.	1. Additionner deux nombres donnés. • Additionner deux nombres donnés dans les cas: - d'une retenue; - de deux retenues. • Additionner mentalement deux nombres dont la somme est un multiple de 10 inférieur à 100. • Ajouter mentalement 9, 10 ou 11 à un nombre donné. • Etablir le lien entre l'addition et le concept "n de plus". • Additionner deux nombres inférieurs à 100 à partir de leur écriture développée.	Dans le cas de la somme de trois nombres supérieurs à 10, ne pas obliger l'élève à poser verticalement les trois nombres. Il est parfois plus commode d'additionner deux nombres, puis d'additionner le résultat au troisième. Comme pour toute technique opératoire, nous conseillons de laisser l'élève développer des procédés heuristiques durant un laps de temps, avant de l'initier à l'algorithme de l'addition. Bien que le recours au matériel de numération décimale constitue une bonne visualisation de cette technique, nous conseillons de l'abandonner dès que l'élève aura compris la technique.

3. SOUSTRACTION (30 h)

La soustraction a été introduite en première année sans rapport avec l'addition. Cette année, elle sera traitée comme opération inverse de l'addition.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Opération inverse de l'addition.	1. Reconnaître la soustraction comme opération inverse de l'addition. • Utiliser l'écriture soustractive pour décrire la situation de complétion d'un nombre à un nombre donné. • Passer de l'égalité additive aux égalités soustractives. • Passer d'une égalité soustractive à une égalité additive. • Soustraire mentalement 10, 20, 30... d'un nombre donné. • Soustraire mentalement un nombre de 100. • Soustraire mentalement deux nombres inférieurs à 100 qui ont le même chiffre des unités. • Choisir l'opération convenable (+, -) pour décrire des situations.	Le lien entre l'addition et la soustraction : - permet à l'élève de donner instantanément le résultat d'une différence; - facilite la résolution de certaines situations qui mettent en relation une partie avec le tout; - pourra être utilisée en troisième année, en parallèle avec la technique de soustraction, pour soustraire de grands nombres, en additionnant plutôt qu'en soustrayant pour calculer la différence de deux nombres sans utiliser la technique de soustraction.
3.2. Fonction "soustraire n".	1. Maîtriser la fonction "soustraire" $a \xrightarrow{-n} b$. • Lire un schéma associé à un opérateur et l'utiliser pour déterminer le nombre qui manque. • Déterminer la fonction $+n$ ou $-n$ qui lie deux séries de nombres ou de grandeurs. • Utiliser les concepts "n de plus" ou "n de moins".	La fonction "soustraire" opère sur un état initial pour le transformer en état final. Une bonne maîtrise de cette fonction suppose que l'élève est capable de trouver l'un des trois (état initial, état final, fonction) connaissant les deux autres. Les calculs exigés tiendront compte du niveau de maîtrise de la soustraction, le but n'étant pas la virtuosité dans les calculs. Utiliser la représentation par schéma d'opérateur pour résoudre des situations problèmes qui se déroulent dans le temps: avant / maintenant, maintenant / après.
3.3. Technique opératoire: emprunt à l'unité contiguë.	1. Maîtriser la technique opératoire avec emprunt à l'unité contiguë. • Maîtriser la technique opératoire avec emprunt à l'unité contiguë, le chiffre des dizaines du premier nombre n'étant pas 0.	On se limitera cette année à la technique opératoire avec emprunt à l'unité contiguë. Des soustractions plus compliquées, faisant notamment intervenir des zéros dans le plus grand des deux nombres, seront réservées à la classe supérieure.

4. MULTIPLICATION (30 h)

La multiplication sera introduite comme simplificatrice d'écriture additive.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Addition itérative.	1. Reconnaître la multiplication comme addition itérative. • Passer de l'écriture additive d'un nombre à l'écriture multiplicative et réciproquement. • Compléter l'équation $a{\times}b = ...$ ($1 \leq a \leq 9$ et $1 \leq b \leq 9$). • Choisir l'opération convenable (+, -, ×) pour décrire des situations. • Compléter des équations du type $a \times ... = c$ et $... \times b = c$.	Pour introduire la multiplication, il est préférable que la somme utilisée comporte un grand nombre de termes.
4.2 Table de multiplication: construction (jusqu'à 9).	1. Construire la table de multiplication. • Compléter l'équation $a \times b = ...$ ($1 \leq a \leq 9$ et $1 \leq b \leq 9$). • Passer d'une ligne de la table à la suivante.	A partir d'une construction ordonnée ou non de la table de multiplication, les élèves dégageront la loi de succession des termes. Cette table servira de référence pour les premiers calculs. A ce niveau, la mémorisation complète n'est pas exigible. Pour construire cette table, il est conseillé d'effectuer des groupements de nombres plutôt que d'ajouter terme à terme. Ainsi l'élève utilise implicitement l'associativité de la multiplication ainsi que sa distributivité par rapport à l'addition. On évitera d'ériger ces calculs par tâtonnement en règles ou lois.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
		Ne commencer les exercices de mémorisation qu'après plusieurs jours d'activités, donnant ainsi à l'élève le temps et l'opportunité de mettre en oeuvre des stratégies personnelles de recherche de résultats, ce qui facilite la mémorisation des résultats.
4.3. Technique opératoire.	1. Multiplier un nombre donné par un multiplicateur de 1 chiffre. • Multiplier un nombre donné par un nombre inférieur à 10, en se référant aux tables de multiplication.	On se limitera aux opérations qui font intervenir des retenues de type facile. L'élève n'a pas besoin d'avoir mémorisé tous les résultats avant d'aborder cette technique: il peut retrouver ceux dont il a besoin dans sa table de multiplication, ce qui lui permet d'utiliser un instrument qu'il a lui-même créé, de développer des compétences de recherche de l'information utile, tout en le rendant autonome.

5. DIVISION (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Initiation: partage, distribution.	1. Partager une collection d'objets en parties égales. 2. Distribuer à égalité une collection d'objets. • Partager une collection d'objets donnés en parties égales. • Lier le concept de division à la soustraction itérative. • Distribuer à égalité une collection d'objets.	A partir d'activités réelles de partage à égalité ou de distribution à égalité, il faudra donner à l'élève l'opportunité de développer des procédés heuristiques de recherche de solution, parmi lesquels figure la soustraction itérative. Nous n'introduirons pas à ce niveau la relation entre la multiplication et la division.

GEOMETRIE (20 h)

1. LOCALISATION ET REPERAGE (5 h)

L'élève investira ses connaissances topologiques pour repérer un point sur une ligne ou sur un quadrillage.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Repérage d'un point.	1. Déterminer la position d'un point sur une ligne. 2. Déterminer la position d'un point sur un quadrillage. • Repérer un point sur une ligne par rapport à d'autres points de la même ligne. • Déterminer la position d'une case ou d'un noeud sur un quadrillage à l'aide d'un code. • Situer un point sur une courbe ou sur un quadrillage à partir des données.	Pour la localisation sur un quadrillage, on se limitera à des activités préparatoires qui n'exigent pas d'opérations logiques de produit. On pourra donner des exemples de mots croisés.

2. CORPS SOLIDES (5 h)

Cette année, l'élève aura à décrire les solides en utilisant un vocabulaire conventionnel : sommet, face, arête.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Description des solides: sommets, arêtes et faces.	1. Décrire les solides. • Distinguer les sommets, les arêtes et les faces des solides. • Reconnaître les sommets des solides d'après des objets donnés ou d'après leurs images. • Reconnaître les arêtes des solides d'après des objets donnés ou d'après leurs images. • Reconnaître les faces des solides d'après des objets donnés ou d'après leurs images.	Les images d'un solide permettent d'imaginer les éléments invisibles de ce solide. Ceci ne peut être fait qu'après de nombreuses manipulations et en référence à des objets concrets. Les élèves remarqueront des figures planes comme les faces, les arêtes ou les sommets des solides.

3. FIGURES PLANES (5 h)

L'élève a, jusqu'ici, une perception plutôt globale des figures planes et plus particulièrement des polygones. Il apprendra cette année à les analyser, du point de vue côtés et sommets.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Segment de droite.	1. Tracer un segment de droite. • Tracer à la règle un segment de droite limité par deux points. • Dessiner sur une droite un segment de longueur donnée dont on connaît une extrémité. • Dessiner un segment de droite de longueur donnée et dont on connaît une extrémité.	On mettra l'accent sur l'utilisation systématique de la règle pour tracer des segments de droite. Cette règle pourrait être, au début de l'apprentissage, l'arête d'un cube ou d'un pavé.
3.2. Description des figures planes: côtés et sommets.	1. Différencier les sommets et les côtés d'une figure plane. • Connaître les relations entre les longueurs des côtés d'un carré ou d'un rectangle. • Connaître le nombre de côtés et de sommets d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle. • Différencier un carré d'un rectangle d'après la superposition des côtés. • Construire un carré à partir d'éléments donnés.	Des manipulations, des activités de découpage et de décalquage sont les moyens qui seront mis en oeuvre. L'aspect descriptif et le vocabulaire approprié n'interviendront que pour rendre compte des expériences effectuées. Par découpage ou collage, l'élève pourra assembler deux figures pour en obtenir une troisième. Il agira donc sur les objets et ne sera pas uniquement observateur. Il développera ainsi des compétences indispensables pour la géométrie.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Construire un rectangle à partir d'éléments donnés.	Bien que le carré soit un rectangle particulier, nous conseillons d'éviter les situations qui prêtent à équivoque. L'activité qui consiste à reconstruire un polygone à partir des éléments donnés réellement ou dessinés est une situation problème qui met en place des procédures d'essais et d'erreurs. Quand l'élève effectue des transformations sur une figure (découpage, pliage, assemblage de deux figures), il est important qu'il garde intacte la figure de référence. C'est pour cette raison que nous conseillons le décalquage.

4. TRANSFORMATIONS (5 h)

Cette année, l'élève prendra conscience de l'importance de l'axe de symétrie comme repère.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Figures ayant un axe de symétrie.	1. Rechercher les axes de symétrie d'une figure plane. • Trouver, par pliage, un axe de symétrie d'une figure donnée. • Compléter, par symétrie et sur quadrillage, le dessin d'une figure donnée avec un axe de symétrie tracé.	Inciter l'élève à trouver une ou plusieurs façons de plier une figure pour obtenir deux parties superposables et en déduire par la suite le ou les axes de symétrie.

MESURE (10 h)

1. LONGUEUR (5 h)

Le concept de longueur a déjà été suffisamment développé ainsi que le concept de sa mesure par des unités arbitraires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Mesure de longueurs: le mètre, le centimètre.	1. Effectuer des mesures de longueurs en utilisant le mètre ou le centimètre. • Mesurer en centimètres, en utilisant la règle, la longueur d'un objet. • Tracer un segment de longueur donnée en cm. • Encadrer une longueur donnée. • Utiliser le symbole cm. • Utiliser le symbole m. • Utiliser 1m = 100 cm. • Comparer une longueur donnée au mètre. • Exprimer une longueur en "mètres et centimètres". • Exprimer en cm une longueur donnée en "m et cm". • Comparer deux longueurs exprimées en "m et cm".	On se limitera au mètre et au centimètre, unités usuelles que l'élève est en mesure d'appréhender. Amener l'élève à estimer une mesure de longueur avant de la mesurer réellement.

2. MASSE (5 h)

La démarche suivie pour enseigner la masse est la même que celle pour enseigner la longueur.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Comparaison de masses.	1. Comparer deux masses à l'aide d'une balance à plateaux. • Utiliser une balance à plateaux. • Utiliser les termes "plus lourd que", "plus léger que". • Utiliser des unités arbitraires pour mesurer la masse d'un objet. • Utiliser des unités arbitraires pour comparer la masse de deux objets.	Les exercices de comparaison sont fondamentalement du type manipulatif.

DEUXIEME CYCLE

CINQUIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE (100 h)

1. ENTIERS NATURELS (20 h)

L'élève, ayant bâti à petits pas le système de numération décimale, procédera cette année à son étude analytique. Cette analyse rendra intelligible ce système et permettra de mieux le situer relativement à d'autres systèmes déjà vus (numération sexagésimale) ou qui seront acquis ultérieurement. Elle permettra aussi de le généraliser d'une façon rationnelle et de comprendre plus profondément la structure des nombres décimaux.

D'autre part, on continuera, cette année, à construire les concepts nécessaires à une meilleure compréhension des nombres. Ces concepts concernent essentiellement les relations entre les nombres établies par la voie de la multiplication et de la division.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Critères de divisibilité par 3, 4 et 9.	1. Décider, sans effectuer la division, qu'un entier est divisible par 3, 4 ou 9. • Utiliser les critères de divisibilité par 3. • Utiliser les critères de divisibilité par 4. • Déterminer les années bissextiles. • Utiliser les critères de divisibilité par 9.	Les critères de divisibilité seront présentés sans aucune démonstration. Ils seront utiles dans les divisions et la simplification de fractions. Dans les classes ultérieures, ils faciliteront la recherche du PPCM et du PGCD. On pourra donner aux élèves un sujet de recherche concernant les années solaires : sujet passionnant quoique difficile. D'autres activités, comme la vérification par 9 de la multiplication, intéressent les élèves, à condition de ne pas en faire abus.
1.2. Multiples communs de deux entiers.	1. Chercher des multiples communs de deux entiers. • Trouver des multiples communs de deux nombres à partir des suites de multiples.	Se limiter à de petits nombres. La recherche du PPMC et du PGDC est hors programme. La calculatrice est une aide efficace pour déterminer la suite des multiples d'un nombre.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Diviseurs d'un entier.	1. Reconnaître si un entier est un diviseur d'un entier donné. • Reconnaître si un nombre est diviseur d'un autre. • Etablir le lien entre les concepts de multiple et de diviseur. • Reconnaître que 1 est diviseur de tout entier.	A partir de l'égalité $a \times b = c$ ou de la forme équivalente $c \div b = a$ (c non nul), l'élève reconnaîtra et justifiera qu'un nombre est diviseur d'un autre. La recherche de l'ensemble des diviseurs d'un nombre, bien que n'étant pas un objectif en soi, peut se traiter sur des petits nombres ou comme exercice de recherche pour des nombres un peu plus grands.
1.4. Diviseurs communs de deux entiers.	1. Chercher des diviseurs communs de deux entiers. • Reconnaître un diviseur commun de deux entiers. • Trouver les diviseurs communs de deux nombres inférieurs à 20.	Il ne s'agit pas de chercher tous les diviseurs communs de deux entiers. De même nous ne parlerons pas de plus grand commun diviseur, lequel est hors programme. On se limitera aux petits nombres. L'élève vérifiera par tâtonnements si un diviseur d'un nombre est aussi diviseur du second.
1.5. Système de numération décimale.	1. Construire et utiliser la table de la numération décimale. • Utiliser correctement les termes "chiffres" et "nombres". • Reconnaître le chiffre des unités, dizaines et centaines dans les différentes tranches d'un nombre. • Distinguer entre "le chiffre de..." et "le nombre de...". • Trouver le nombre de dizaines, centaines ou milles dans un nombre. • Développer le nombre $\ldots\overline{cba}$ sous la forme $a + 10 \times b + 100 \times c + \ldots$	Connaissant le million, l'élève prend conscience que la suite des nombres est illimitée. Il effectuera le prolongement de la table aussi bien à droite qu'à gauche, approchant l'infiniment grand ainsi que l'infiniment petit. L'écriture développée d'un nombre, développement polynomial, peut être de nouveau exploitée en classe supérieure comme une anticipation du calcul algébrique. A partir du développement d'un nombre et en regroupant les unités, l'élève accédera plus facilement à la distinction entre "nombre de..." et "chiffre de ...".

2. FRACTIONS (10 h)

L'année précédente, l'élève a fait connaissance avec les fractions inférieures ou égales à l'unité. Il s'agit, cette année, d'étendre ce concept à des fractions supérieures à l'unité. Aidé par la représentation sur l'axe numérique, l'élève passera facilement de la "somme d'un entier et d'une fraction inférieure à l'unité" à une "fraction supérieure à l'unité".

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Egalité et simplification de fractions.	1. Reconnaître une fraction du type $\frac{a}{b}$ ($a > b$ et $b \neq 0$). 2. Chercher des fractions égales à une fraction donnée. 3. Comparer deux fractions. 4. Représenter des fractions sur la droite numérique. • Savoir que pour tout entier a, $\frac{a}{b}$ signifie a fois $\frac{1}{b}$. • Calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'un nombre n par le résultat de deux opérations successives "diviser par b", "multiplier par a". • Reconnaître deux fractions égales. • Construire une fraction égale à une fraction donnée. • Réduire deux fractions au même dénominateur. • Comparer une fraction à 1. • Comparer deux fractions après réduction au même dénominateur. • Ecrire une fraction équivalente à un entier donné. • Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs. • Placer des fractions sur la ligne des nombres.	La recherche des fractions égales inclut la simplification de fractions. Le concept de fraction irréductible est hors programme. Pour comparer deux fractions, la méthode usuelle consiste à ramener les deux fractions au même dénominateur. Il faut aussi favoriser les procédés heuristiques de comparaison, évitant ainsi de transformer cette réduction en un procédé dépourvu de sens. Pour cela, il suffit de créer des situations pour lesquelles cette réduction est inutile. L'établissement de la relation entre la division et la fraction permet de passer rapidement à l'utilisation de la calculatrice pour effectuer la comparaison de deux fractions.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.2. Nombres mixtes.	1. Utiliser les écritures des nombres mixtes. • Ecrire une fraction supérieure à l'unité comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à l'unité. • Transformer l'écriture d'une fraction en un nombre mixte et inversement. • Placer un nombre mixte sur la ligne des nombres.	Le nombre mixte facilite la position d'une fraction sur la droite numérique, permet une meilleure perception de son ordre de grandeur et donne par la suite un sens aux fractions supérieures à l'unité. Il ne s'agit point toutefois d'effectuer des calculs sur ces nombres.

3. DECIMAUX (10 h)

A partir de la 4 ème année, l'élève a travaillé sur les décimaux à une ou à deux décimales. Bien qu'on étende, cette année, la notion au cas de plusieurs décimales, on conseille d'éviter tout abus et de rester dans un contexte familier à l'élève.
La comparaison et la représentation des décimaux devront être faites en parallèle avec les fractions supérieures à l'unité et les notions de longueur et d'axe numérique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Comparaison et représentation des nombres décimaux.	1. Comparer deux nombres décimaux. • Ecrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de10, et *vice versa*. • Reconnaître la signification de "millième", "dix-millième"... • Utiliser la table de numération de position étendue pour représenter un décimal. • Comparer deux nombres décimaux. • Insérer un décimal entre deux décimaux donnés. • Arrondir un nombre décimal.	Utiliser les relations entre les unités métriques pour écrire des décimaux à plusieurs décimales. Utiliser la table de numération étendue pour la représentation de décimaux. Créer des situations dans lesquelles un résultat approché est suffisant et les comparer à celles où un résultat exact est nécessaire.

4. ADDITION (15 h)

L'élève devra maîtriser, cette année, l'addition des fractions. La recherche d'un dénominateur commun ne doit pas être enseignée d'une façon méthodique stricte.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1 Addition de fractions.	1. Additionner des fractions. • Additionner deux fractions. • Additionner deux fractions dans le cas où l'une des deux est un entier. • Compléter une fraction à l'entier le plus proche. • Appliquer les propriétés de l'addition des fractions.	On se limitera aux cas où la recherche d'un dénominateur commun ne met pas en oeuvre des calculs compliqués. On incitera l'élève à réduire l'écriture de la somme. On veillera à ce que l'élève remarque la commutativité de l'addition lors des exercices.
4.2. Addition de décimaux à plusieurs décimales.	1. Additionner des décimaux. • Additionner deux décimaux quelconques. • Additionner plusieurs décimaux. • Additionner avec la calculatrice. • Estimer une somme.	Eviter les calculs décontextualisés mettant en oeuvre des décimaux à plusieurs décimales. Utiliser la calculatrice pour les calculs compliqués, surtout lors de la résolution de problèmes. Diversifier les supports des problèmes. L'estimation est une activité fondamentale dans le contrôle de calcul.

5. SOUSTRACTION (15 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Soustraction de fractions.	1. Soustraire des fractions. • Soustraire deux fractions. • Soustraire un nombre d'une fraction et *vice versa*. • Trouver la différence de deux fractions.	On se limitera aux cas où la recherche d'un dénominateur commun ne met pas en oeuvre des calculs compliqués. On incitera les élèves à réduire l'écriture de la différence.
5.2. Soustraction de décimaux à plusieurs décimales.	1. Soustraire des décimaux. • Soustraire deux décimaux quelconques. • Soustraire au moyen de la calculatrice. • Estimer une différence.	Eviter les calculs décontextualisés mettant en oeuvre des décimaux à plusieurs décimales. Utiliser la calculatrice pour les calculs compliqués, surtout lors de la résolution de problèmes. Diversifier les supports des problèmes. L'estimation est une activité fondamentale dans le contrôle de calcul.

6. MULTIPLICATION (20 h)

L'élève maîtrisera, cette année, la multiplication des nombres. L'usage de la calculatrice et la connaissance qu'il a des grands nombres lui permettront de traiter des problèmes réels, ce qui développera simultanément chez lui des compétences mathématiques et une prise plus nette sur le monde réel.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
6.1. Multiplication de décimaux.	1. Multiplier des décimaux. • Multiplier deux décimaux. • Multiplier un décimal par 10, 100, 1000.	L'élève prendra conscience de ce que le produit d'un nombre par un décimal inférieur à l'unité est inférieur à ce nombre.
6.2. Fonction "multiplier par $\frac{a}{b}$".	1. Multiplier un entier par une fraction. 2. Appliquer la fonction "multiplier par $\frac{a}{b}$" dans des situations problèmes. • Multiplier un entier par une fraction. • Multiplier un décimal par une fraction. • Décomposer "multiplier par $\frac{a}{n}$" en "diviser par n" et "multiplier par a". • Déterminer la fonction $\frac{a}{n}$ qui relie deux suites de nombres.	L'élève connaît les fonctions "multiplier par n", "diviser par n". Cette situation prépare au concept de proportionnalité et, de ce fait, au concept de pourcentage, d'échelle, etc. $c \times \frac{a}{b} = (c \times a) \div b = (c \div b) \times a$.
6.3. Produit d'une durée par un entier.	1. Multiplier une durée par un entier.	Eviter les calculs décontextualisés. Prendre de préférence des situations concrètes et réelles. Entraîner les élèves à retenir les premiers multiples de 60.

7. DIVISION (10 h)

L'élève apprendra à appliquer l'algorithme général de la division. Il découvrira que certaines divisions "se terminent" tandis que d'autres "ne se terminent pas". Dans ce dernier cas, il est absolument nécessaire qu'il découvre que le dernier chiffre dans la calculatrice est déterminé à 0,1 près.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
7.1. Quotient décimal d'une division.	1. Diviser un décimal par 10, 100, 1000. 2. Effectuer des divisions à quotient décimal. • Diviser un nombre décimal par 10, 100, 1000. • Déterminer le quotient décimal exact de deux décimaux. • Déterminer le quotient décimal à 0,1 près (ou 0,01 près) par défaut (ou par excès) de deux décimaux. • Diviser deux décimaux dans le cas où le quotient est inférieur à 1. • Choisir, dans une situation concrète, entre la division avec reste (quotient entier) et la division à quotient décimal. • Choisir, dans une situation concrète, le quotient entier le plus proche (inférieur ou supérieur) et justifier le choix.	Pour l'élève, trois objectifs nouveaux et importants: le quotient décimal exact, le quotient décimal approché et l'interprétation du quotient. Limiter les calculs aux cas où la recherche d'un quotient ne met pas en oeuvre des calculs compliqués. Veiller à donner des problèmes dans lesquels le quotient est inférieur à l'unité.

GEOMETRIE (25 h)

1. LOCALISATION ET REPERAGE (3 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Distance de deux droites parallèles.	1. Savoir que la distance entre deux droites parallèles est constante. • Reconnaître la distance entre deux droites parallèles. • Mesurer la distance entre deux droites parallèles. • Utiliser l'invariance de la distance entre deux droites parallèles pour tracer, à une distance donnée, une droite parallèle à une droite donnée.	Malgré le titre, cette notion n'est point formelle: l'utiliser dans des dessins. Aucune propriété ou définition n'est à mémoriser.

2. CORPS SOLIDES (7 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Développement de solides.	1. Reconnaître le patron d'un solide. • Reconnaître différents patrons d'un même solide et les construire par pliage et découpage. • Reconnaître les bases d'un cylindre et leur superposition. • Reconnaître le patron d'un cylindre.	Il s'agit tout simplement de travaux pratiques.

3. FIGURES PLANES (10 h)

L'activité essentielle cette année est la classification des quadrilatères d'après leurs diagonales.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Angle.	1. Reconnaître un angle: sommet, côtés. • Reconnaître les côtés et le sommet d'un angle. • Utiliser correctement la notation d'un angle.	On introduira l'angle comme étant la figure formée par deux demi-droites issues d'un même point. Notation: $x\hat{o}y$.
3.2. Diagonales d'un polygone.	1. Reconnaître et tracer les diagonales d'un polygone. • Reconnaître les diagonales dans un polygone. • Tracer les diagonales d'un polygone.	
3.3. Classification des quadrilatères selon les diagonales.	1. Reconnaître les propriétés des diagonales dans un quadrilatère particulier. • Connaître les propriétés des diagonales des quadrilatères particuliers : superposition, orthogonalité, même milieu, axes de symétrie. • Reconnaître un quadrilatère d'après ses diagonales.	Les propriétés des diagonales seront étudiées, sur des dessins par pliage, superposition ou mesure. La mémorisation de ces propriétés n'est pas exigible.
3.4. Diamètre d'un cercle.	1. Reconnaître le diamètre d'un cercle. • Tracer un diamètre d'un cercle dessiné, le centre étant placé. • Utiliser la relation Diamètre = 2 × Rayon. • Tracer un cercle dont on connaît la longueur du diamètre. • Tracer un cercle dont on connaît le diamètre.	L'élève connaît déjà le cercle et le disque. Il a peut-être perçu que le diamètre est un axe de symétrie du cercle.

4. TRANSFORMATIONS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Homothétie.	1. Dessiner une figure homothétique d'une figure donnée. • Transposer une figure d'un quadrillage à un autre qui lui est homothétique. • Agrandir (doubler, tripler, ...) une figure, dans un rapport simple. • Réduire (moitié, tiers, ...) une figure, dans un rapport simple. • Vérifier que deux figures homothétiques sont semblables.	Les propriétés de l'homothétie sont assez compliquées pour cet âge: conservation des angles (en particulier parallélisme et orthogonalité) et conservation des barycentres (en particulier le milieu d'un segment). Ce thème est une préparation à la réduction et à l'agrandissement de figures. Aucune propriété ne sera mise en évidence. Se contenter de dessins.

MESURE (20 h)

1. LONGUEUR (3 h)

Les concepts de mesure, malgré tout le travail effectué jusqu'à présent dans le cycle primaire, font partie des concepts non suffisamment maîtrisés. Nous pensons que leur pratique doit s'inscrire dans un "projet de classe", un projet utilitaire à exécuter: tel qu'aménager un terrain de jeu, acheter de la peinture pour peindre la salle de classe, etc.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Longueur d'un cercle.	1. Calculer la longueur d'un cercle. • Trouver la longueur d'un cercle. • Calculer le diamètre connaissant la longueur d'un cercle. • Calculer le rayon connaissant la longueur d'un cercle. • Calculer le côté du carré connaissant le périmètre. • Calculer une des dimensions du rectangle connaissant son périmètre et son autre dimension.	La recherche d'une valeur de pi expérimentalement est peut-être intéressante mais en même temps prématurée, l'élève n'ayant point encore développé le concept de rapport. L'élève apprendra à trouver la longueur d'un cercle par application de la formule en prenant $\pi = 3,14$. L'élève devra maîtriser, cette année, la notion de périmètre et résoudre des problèmes relatifs à cette notion.

2. SURFACE (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Aire du carré, du rectangle, du triangle rectangle, du disque.	1. Calculer des aires. • Appliquer les formules pour un calcul d'aire des : carré, rectangle, triangle, disque. • Reconnaître la hauteur dans un triangle quelconque. • Calculer une des dimensions du rectangle connaissant son autre dimension et son aire.	On évitera les formules littérales. Les enfants travailleront, au début, avec les formules de référence.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser correctement les termes “aire” et “périmètre”. • Estimer une aire. • Distinguer les situations relevant du calcul de périmètre de celles relevant du calcul d’aire.	

3. ANGLE (2 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Mesure d’un angle en degrés.	1. Mesurer des angles en degrés. • Mesurer des angles en degrés. • Mettre en application le fait qu’un angle droit mesure 90°. • Construire avec le rapporteur un angle de mesure donnée.	

4. CAPACITE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Système métrique des unités de capacité.	1. Construire le système métrique des unités de capacité. • Connaître les différentes unités et les ordonner. • Effectuer des conversions.	On se limitera aux unités indiquées. D’autres unités non métriques telles que le gallon, le bidon pourront être exploitées, en donnant aux élèves leurs relations entre elles.

STATISTIQUE (5 h)

1. GESTION DE DONNEES (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Représentation des données en bâtons, bandes et pictogramme.	1. Représenter les données. • Représenter les données sous forme de pictogramme. • Représenter les données sous forme de diagramme en bâtons ou en bandes. • Lire un diagramme en bâtons, en bandes et en pictogramme. • Interpréter un diagramme en bâtons, en bandes et en pictogramme.	L'élève vit de plus en plus dans un monde qui traite de statistiques. Thème utile par essence puisqu'il permet de développer chez les élèves des notions de pronostic, à un âge où ils y sont sensibles. On conseille de faire faire de vraies enquêtes sur le terrain, dans des domaines qui intéressent les élèves, et de traiter les informations sous forme de diagrammes.

CYCLE MOYEN

HUITIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE (70 h)

1. ENTIERS NATURELS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. PGCD et PPCM de plusieurs entiers.	1. Calculer le PGCD et le PPCM de deux ou plusieurs entiers. • Calculer le PGCD de plusieurs entiers en décomposant chacun d'eux en facteurs premiers. • Calculer le PPCM de plusieurs entiers en décomposant chacun d'eux en facteurs premiers.	L'élève devra maîtriser la décomposition d'un entier en facteurs premiers; il appliquera cette décomposition dans la recherche du PGCD et du PPCM de plusieurs entiers.

2. FRACTIONS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Fractions littérales.	1. Effectuer des calculs avec des fractions littérales. • Identifier une fraction littérale $\frac{m}{n}$, m et n étant des entiers relatifs ($m \neq 0$). • Multiplier ou diviser des fractions littérales. • Simplifier une fraction littérale. • Réduire au même dénominateur plusieurs fractions littérales. • Additionner ou soustraire des fractions littérales. • Transformer toute fraction en fraction à dénominateur positif.	On insistera sur le fait que le dénominateur doit être différent de zéro. On signalera que : $+\frac{m}{n} = \frac{+m}{n} = \frac{-m}{-n}$; $-\frac{m}{n} = \frac{-m}{n} = \frac{m}{-n}$; $-a \times \frac{m}{n} = -(a \times \frac{m}{n}) = \frac{-a\,m}{n}$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.2. Fractions composées.	1. Etendre les fractions au cas où les termes sont des fractions. 2. Réduire une fraction composée en une fraction simple. • Reconnaître que $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont inverses l'une de l'autre. • Traduire l'écriture $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ par $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$. • Utiliser les opérations adéquates pour réduire une fraction composée en une fraction simple.	La manipulation des "fractions composées" doit se faire avec circonspection et ne pas être poussée trop loin. On s'en tiendra à des cas simples. On définira une fraction inverse d'une autre par la relation $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ ou $\frac{b}{a} = \frac{1}{\frac{a}{b}}$; a, b sont différents de zéro.

3. DECIMAUX (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Compatibilité de l'ordre avec les opérations.	1. Utiliser la compatibilité de l'ordre avec les opérations sur les décimaux. a, b et c étant des décimaux quelconques : • Savoir que si $a < b$ alors $a + c < b + c$ et $a - c < b - c$. • Savoir que si $a < b$ et $b < c$ alors $a < c$. • Savoir que si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$. • Savoir que si $a < b$ et $c > 0$ alors $a\,c < b\,c$.	C'est une occasion de généraliser la notion d'ordre aux décimaux relatifs. On recourra de préférence à des expressions littérales simples pour formuler les résultats introduits par des exemples numériques.

4. RACINES CARREES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Racines carrées d'un nombre positif.	1. Reconnaître les racines carrées d'un nombre positif. 2. Rechercher les racines carrées d'un carré parfait. • Savoir que, pour tout nombre positif a il existe un nombre positif b tel que $b^2 = a$ et que b s'appelle la racine carrée positive de a et est noté $\sqrt{a}$ (le signe $\sqrt{\ }$ s'appelle radical). • Savoir que $\sqrt{a}$ n'est pas toujours représentée par des nombres décimaux ou fractionnaires. • Déterminer les nombres qui ont un même carré donné. • Utiliser la calculatrice pour trouver la racine carrée positive d'un nombre positif. • Donner une valeur approchée de la racine carrée positive d'un nombre positif. • Effectuer des opérations d'addition, de soustraction et de multiplication sur des expressions contenant des radicaux.	Outre les propriétés annoncées dans les objectifs, ce sujet est étroitement lié à la géométrie: par exemple dans la recherche de la longueur du côté d'un carré connaissant son aire, ou bien de l'hypoténuse d'un triangle rectangle connaissant les longueurs des côtés de l'angle droit, etc. On utilisera le signe $\sqrt{\ }$ (radical) pour désigner la racine carrée positive. On travaillera uniquement sur des expressions **numériques.**

5. OPERATIONS (5 h)

On poursuit cette année l'extension de la notion de puissance en définissant la puissance d'un nombre relatif (entier ou non) puis en introduisant la notion d'exposant négatif de 10.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre relatif.	1. Effectuer des opérations sur les puissances d'exposant entier positif d'un nombre relatif. • Calculer a^n (n entier naturel et a nombre relatif). • Savoir que si $a > 0$, alors $a^n > 0$. • Savoir que si $a < 0$, deux cas peuvent se présenter : 1º cas : n est pair; alors $a^n > 0$. 2º cas : n est impair; alors $a^n < 0$. • Déterminer le signe d'une puissance sans faire le calcul. • Utiliser une calculatrice pour trouver une puissance. • Savoir que a^n est divisible par $a^{n-1}, a^{n-2}, \dots, a$. • Utiliser les relations suivantes pour effectuer des calculs: $a^n \times a^m = a^{n+m}$, $(a \times b)^n = a^n \times b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$, $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$, $a^n \div a^p = a^{n-p}$ $0 \leq p \leq n$.	On mentionnera les deux cas: $a^1 = a$ $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$ On multipliera les exercices de calcul des valeurs particulières d'une expression algébrique.
5.2. Puissances d'exposant entier négatif de 10.	1. Utiliser les puissances de 10. • Savoir que si n est un entier naturel non nul, alors 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n : $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$. • Savoir que 10^{-n} est positif pour tout entier naturel n .	On veillera à ce que l'élève fasse bien la distinction entre 10^{-n} , -10^n et $(-10)^n$. L'élève devra maîtriser le passage de 10^{-n} à l'écriture 0,00 ... 01 (ayant n chiffres après la virgule) et *vice versa*.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer le produit et le rapport de deux puissances de 10. • Calculer la puissance d'une puissance de 10. • Utiliser les puissances de 10 dans l'écriture développée d'un nombre décimal. • Utiliser la notation scientifique.	

6. PROPORTIONNALITE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
6.1. Grandeurs inversement proportionnelles.	1. Résoudre des problèmes mettant en jeu des grandeurs inversement proportionnelles. • Repérer des grandeurs qui sont inversement proportionnelles. • Donner l'écriture mathématique liant deux grandeurs inversement proportionnelles. • Résoudre des problèmes sur des grandeurs inversement proportionnelles.	L'accent doit être mis sur l'aspect application (on évitera tout développement théorique de cette notion). Les situations étudiées doivent être choisies dans différentes disciplines: physique, cinématique, économie, etc.

7. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES (20 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
7.1. Identités remarquables.	1. Calculer en utilisant des identités remarquables. • Développer $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$. • Trouver un facteur commun à plusieurs monômes. • Factoriser des polynômes.	On donnera une interprétation géométrique à chacune de ces identités. On mettra l'accent sur l'égalité $(a-b)^2 = (b-a)^2$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Factoriser $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2. • Utiliser les identités remarquables pour factoriser une expression algébrique. • Effectuer des calculs réfléchis utilisant les identités remarquables.	On attirera l'attention sur l'importance de la mémorisation des identités remarquables dans l'exécution des applications et surtout dans le calcul mental.
7.2. Expressions littérales sous forme fractionnaire.	1. Effectuer des calculs sur des expressions littérales données sous forme fractionnaire. • Savoir que le dénominateur d'une expression fractionnaire doit être différent de zéro. • Réduire au même dénominateur plusieurs expressions fractionnaires. • Additionner ou soustraire deux expressions fractionnaires. • Multiplier ou diviser deux expressions fractionnaires.	

8. EQUATIONS ET INEQUATIONS (15 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
8.1. Equations du type $(ax+b)(cx+d) = 0$.	1. Résoudre des équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$. • Savoir que le produit de deux facteurs est nul si et seulement si l'un d'eux est nul. • Utiliser la propriété précédente dans la résolution d'une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$. • Résoudre $x^2 - a = 0$ (où $a > 0$).	On ne traitera pas des équations paramétriques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
8.2. Inéquations du premier degré à une inconnue.	1. Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue. • Reconnaître l'équivalence de deux inéquations. • Remplacer une inéquation par une inéquation équivalente. • Reconnaître une solution d'une inéquation. • Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue et à cœfficients numériques. • Organiser des données, les traduire par une inéquation du premier degré à une inconnue et la résoudre. • Représenter l'ensemble des solutions sur l'axe numérique.	Outre les propriétés algébriques des inégalités, ce sujet est l'un de ceux qui mettent en lumière les liens entre l'algèbre et la géométrie (analytique) à travers la représentation graphique. Les exercices seront à coefficients numériques.

GEOMETRIE (70 h)

1. LOCALISATION ET REPERAGE (15 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Positions relatives de deux cercles.	1. Connaître les positions relatives de deux cercles. • Déterminer la position relative de deux cercles connaissant la relation entre la distance des centres et la somme ou la différence des rayons. • Déterminer une relation entre la distance des centres de deux cercles et la somme ou la différence des rayons connaissant leur position relative. • Utiliser la propriété suivante : la droite déterminée par les centres de deux cercles est un axe de symétrie de la figure.	C'est la relation entre les rayons et la distance entre les centres qui justifie la construction de deux cercles dans différentes positions. On utilisera la terminologie suivante : - cercles extérieurs ou intérieurs; - cercles tangents extérieurement ou intérieurement; - cercles concentriques.
1.2. Lieux géométriques et constructions.	1. Rechercher le lieu géométrique des points vérifiant une propriété donnée. 2. Utiliser les lieux géométriques dans des constructions. • Construire le lieu géométrique d'un point variable équidistant de deux côtés d'un angle donné. • Chercher et construire le lieu géométrique du sommet variable de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse est fixe. • Construire le lieu géométrique d'un point variable M tel que: (AM) fait un angle constant avec (AB); A et B sont deux points fixes donnés. • Utiliser les lieux géométriques cités dans des constructions.	Rappelons que la construction et l'étude des lieux géométriques constituent une synthèse de l'étude de la géométrie sous ses deux aspects : classique et analytique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Coordonnées du milieu d'un segment de droite.	1. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment de droite dans le plan. • Calculer l'abscisse du milieu d'un segment de droite sur un axe. • Calculer les coordonnées du milieu d'un segment de droite dans un plan rapporté à un repère orthonormé.	C'est une suite de la géométrie analytique , commencée en 6ème année avec la notion de l'axe gradué, et complétée en 7ème année par l'introduction de la notion de repérage dans un plan.

2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Représentation plane d'un cylindre, d'une pyramide, d'un cône, d'une sphère.	1. Dessiner une pyramide, un cône, un cylindre et une sphère. • Dessiner une pyramide à base donnée (triangulaire ou carrée ou polygone, avec le cas de polygones réguliers). • Calculer l'aire latérale d'une pyramide. • Calculer le volume d'une pyramide. • Dessiner un cône. • Calculer le volume d'un cône connaissant sa hauteur et le rayon de sa base. • Décrire, développer, construire et dessiner un cylindre droit. • Calculer l'aire latérale d'un cylindre droit. • Calculer le volume d'un cylindre. • Décrire et dessiner une sphère. • Calculer l'aire d'une sphère. • Calculer le volume d'une boule.	Comme nous l'avons dit concernant la classe précédente, l'enseignement de la géométrie dans l'espace dans les classes du cycle moyen est constitué uniquement d'activités. On évitera donc toute approche théorique hors de portée des élèves à ce niveau. La pyramide pourra être envisagée comme une partie découpée d'un pavé. On pourra utiliser le terme tétraèdre pour désigner une pyramide à base triangulaire. On fera la différence entre boule et sphère. Le calcul des aires et des volumes des corps se fera par application des formules données. Aucune démonstration n'est exigée.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.2. Positions relatives de droites et de plans.	1. Reconnaître les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan. • Reconnaître dans un solide la position relative de deux droites: parallèles, sécantes, non coplanaires. • Reconnaître dans un solide la position relative de deux plans: parallèles ou sécants. • Situer une droite par rapport à un plan : dans le plan, parallèle au plan, sécante au plan.	L'étude sera faite uniquement à partir des corps solides.

3. FIGURES PLANES (40 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Théorème de Pythagore.	1. Utiliser le théorème de Pythagore. • Reconnaître la superposition de deux triangles rectangles qui ont l'hypoténuse et un côté de l'angle droit respectivement superposables. • Caractériser un triangle rectangle par la relation qui lie l'hypoténuse à la médiane qui lui est relative. • Utiliser la relation de Pythagore pour des calculs de longueurs. • Caractériser un triangle rectangle par la relation de Pythagore.	Le théorème de Pythagore est, en mathématiques, l'un des sujets les plus riches de ce cycle, puisqu'il constitue un carrefour entre l'algèbre, la géométrie classique et la géométrie analytique; aussi est-il vivement conseillé de bien exploiter ce théorème pour relier algèbre, géométrie et graphique. Cependant, sa démonstration n'est pas exigée. Signalons que le théorème direct de Pythagore est un problème géométrique de portée numérique, alors que sa réciproque est un problème numérique de portée géométrique, ce qui nous conduit à penser qu'il vaut mieux séparer l'apprentissage du théorème et de sa réciproque. Une application mathématique souhaitable de ce théorème est celle du calcul des côtés d'un semi-triangle équilatéral et d'un triangle rectangle isocèle.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Théorème des milieux dans un triangle, dans un trapèze.	1. Connaître et utiliser les théorèmes des milieux dans un triangle et dans un trapèze. • Savoir que le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et que sa longueur vaut la moitié de celle du troisième côté. • Savoir que le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et que sa longueur vaut la demi-somme des longueurs des deux bases. • Caractériser un trapèze isocèle par la superposition de ses diagonales.	On fera remarquer que si une droite est parallèle à un côté d'un triangle et si elle passe par le milieu d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième. On peut démontrer la propriété de la médiane relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle à partir du théorème des milieux dans un triangle. L'intérêt résiderait dans la mise en évidence de la cohérence des mathématiques, qui permettent de retrouver le même résultat par différents théorèmes. D'où la possibilité de différentes démonstrations selon les références choisies. On démontrera que toute droite parallèle aux bases d'un trapèze et passant par le milieu d'un côté passe aussi par le milieu du second côté.
3.3. Propriétés caractéristiques du parallélogramme.	1. Connaître et utiliser les propriétés caractéristiques du parallélogramme. 2. Caractériser le rectangle, le losange, le carré. • Utiliser les propriétés du parallélogramme en ce qui concerne: les côtés, les diagonales, les angles opposés et le centre de symétrie. • Caractériser le parallélogramme comme étant un quadrilatère convexe ayant chacune des propriétés suivantes : - les côtés sont parallèles deux à deux; - les côtés opposés ont même longueur; - deux côtés sont parallèles et de même longueur; - les angles opposés sont égaux; - les diagonales ont même milieu.	L'élève connaît les propriétés du parallélogramme et des quadrilatères dits particuliers. Le travail sur ces figures a démarré dès sa scolarisation, progressant selon l'état de ses connaissances. La 6ème année a permis à l'élève de faire un bilan des propriétés de ces quadrilatères. Actuellement il lui est demandé de dégager les propriétés caractéristiques, c'est-à-dire les conditions minimales qui lui permettent d'affirmer qu'un quadrilatère est un parallélogramme. On montrera que le rectangle et le losange sont des parallélogrammes particuliers et que le carré est à la fois un rectangle et un losange. On pourra aussi montrer la relation entre ces quadrilatères particuliers et le trapèze.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Caractériser un rectangle comme étant un quadrilatère ayant trois angles droits. • Caractériser un losange comme étant un quadrilatère dont les côtés ont même longueur. • Caractériser le rectangle et le losange à partir de leurs diagonales. • Classifier les quadrilatères selon différents critères.	L'apport nouveau est que la nature d'un quadrilatère peut être déterminée à partir de ses éléments de symétrie, l'élève connaissant déjà les éléments de symétrie de ces quadrilatères.
3.4. Angle au centre d'un cercle, angle inscrit dans un cercle. Aire d'un secteur circulaire.	1. Connaître et utiliser la relation entre la mesure de l'angle au centre d'un cercle et celle de l'arc intercepté. 2. Connaître et utiliser la relation entre la mesure de l'angle inscrit dans un cercle et celle de l'arc intercepté. 3. Calculer l'aire d'un secteur circulaire. • Savoir que la mesure d'un arc s'exprime par le même nombre que la mesure de l'angle qui l'intercepte au centre du cercle. • Distinguer entre mesure en degrés d'un arc et longueur d'un arc. • Calculer la longueur d'un arc de cercle connaissant l'angle qui l'intercepte au centre du cercle. • Calculer les angles formés par deux sécantes d'un cercle qui se coupent à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle. • Calculer l'angle formé par une tangente à un cercle et une sécante de ce cercle passant par le point de tangence. • Reconnaître un secteur circulaire. • Calculer l'aire d'un secteur circulaire connaissant son angle au centre.	

4. TRANSFORMATIONS ET VECTEURS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Vecteur et translation.	1. Identifier le vecteur d'une translation. 2. Représenter géométriquement un vecteur. • Tracer des droites de même direction. • Identifier les caractéristiques d'un vecteur d'une translation: direction, sens et module. • Savoir que si les vecteurs de deux translations ont les mêmes caractéristiques, alors les deux translations sont identiques. • Représenter géométriquement un vecteur. • Dessiner la figure translatée d'une figure donnée de vecteur donné. • Utiliser les propriétés de conservation de longueur et d'angles par translation.	La notion de vecteur sera introduite d'une manière intuitive, sans aucune formulation. L'élève devra distinguer entre les significations mathématiques accordées aux deux mots sens et direction.

STATISTIQUE (10 h)

1. GESTION DES DONNEES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Effectifs et fréquences cumulés.	1. Calculer les effectifs cumulés d'une série statistique. 2. Calculer les fréquences cumulées d'une série statistique.	Organiser les données d'une série statistique dans un tableau pour faciliter les calculs des effectifs et des fréquences cumulés. C'est une situation typique où l'usage de la calculatrice est indispensable. Pour donner aux statistiques leur dimension réelle, il faudrait effectuer une réelle mini enquête, de laquelle émergeront l'intérêt et l'idée de calculer les effectifs cumulés ainsi que les fréquences cumulées qui seront des renseignements supplémentaires par rapport aux informations brutes (data). On apprendra à l'élève à se servir d'une calculatrice scientifique pour effectuer les calculs nécessaires.
1.2. Représentations graphiques des données: diagramme circulaire, polygone des fréquences cumulées.	1. Représenter les données groupées à l'aide d'un diagramme. • Représenter les données statistiques à l'aide d'un diagramme circulaire et d'un polygone des fréquences cumulées. • Lire et interpréter un diagramme. • Passer d'un mode de représentation à un autre.	

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

DEUXIEME ANNEE

SERIES HUMANITES

ALGEBRE (40 h)

1. FONDEMENTS (10 h)

L'élève sait déjà manipuler les ensembles, les opérations élémentaires sur les ensembles (réunion, intersection, etc.), le couple et le produit cartésien. Il étudiera, cette année, les relations binaires, qui jouent un rôle important au niveau de la systématisation de la réflexion et de l'unification des idées.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Relations binaires.	1. Reconnaître une relation binaire. 2. Reconnaître une relation d'équivalence. 3. Reconnaître une relation d'ordre. • Identifier une relation binaire sur un ensemble. • Ecrire en extension le graphe d'une relation binaire sur un ensemble fini. • Identifier une relation d'équivalence. • Ecrire en extension la classe d'équivalence d'un élément. • Identifier une relation d'ordre.	L'objectif principal est d'introduire la notion de relation binaire sur un ensemble et d'étudier, sommairement, les relations d'équivalence et les relations d'ordre. Une relation binaire sur un ensemble sera généralement notée par une lettre telle que R, S, etc. La notation xRy exprime que l'élément x est lié à l'élément y par la relation R. Le graphe d'une relation R sera généralement noté $G(R)$ ou G_R. Les notions de réflexivité, de symétrie, d'antisymétrie et de transitivité seront introduites lors de l'étude de la relation d'équivalence et de la relation d'ordre et ne seront pas développées. L'étude de la relation d'équivalence sera faite à partir d'exemples simples mettant en évidence les classes d'équivalence qu'elle détermine sur un ensemble donné. On négligera complètement la notion d'ensemble quotient. La classe d'un élément a, modulo une relation d'équivalence R, sera notée $C(a)$ ou simplement $\overline{a}$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
		En ce qui concerne la relation d'ordre, et sans en faire une étude détaillée, on se contentera d'exploiter quelques exemples, en montrant particulièrement qu'une relation d'ordre peut ne pas être totale.

2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL (10 h)

A travers ce thème, l'élève aura l'occasion d'étudier systématiquement les arrangements avec et sans répétition, ainsi que les formules générales qui les concernent. Soulignons l'importance qu'aura cette étude en calcul des probabilités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Arrangements et permutations.	1. Calculer $n!$. 2. Identifier un arrangement, un arrangement avec répétition, une permutation. 3. Donner et utiliser les formules du nombre d'arrangements avec répétition, du nombre d'arrangements sans répétitions et du nombre de permutations. • Calculer $n!$ où n est un nombre naturel. • Reconnaître un arrangement sans répétitions de p éléments d'un ensemble E à n éléments. $(0 < p \leq n)$. • Reconnaître une permutation. • Reconnaître un arrangement avec répétition. • Connaître et utiliser les formules qui donnent le nombre d'arrangements avec répétition, sans répétitions, et le nombre de permutations.	A_n^p désignera le nombre d'arrangements sans répétition de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. Le nombre d'arrangements avec répétition, ou *p-listes*, d'un ensemble E à n éléments est le cardinal n^p de E^p. Le calcul direct à partir des formules et l'usage de la calculatrice seront tous deux conseillés. On utilisera la notation $n!$ (*factoriel* n) et on définira particulièrement $0!$. On veillera à choisir, comme activités d'application, des exemples tirés de la vie courante.

3. EQUATIONS ET INEQUATIONS (15 h)

L'élève, ayant maîtrisé le calcul sur les équations et inéquations du premier degré ainsi que la technique de régionnement du plan, consolidera ses connaissances dans ce domaine en manipulant des problèmes d'optimisation linéaire et en étudiant les équations du second degré.
Les systèmes d'inéquations linéaires trouvent leur champ d'application dans les problèmes d'optimisation, principalement en économie. Ils permettent de chercher, sous un certain nombre de contraintes, les conditions qui favorisent un bénéfice maximal, une perte minimale ou un meilleur déroulement d'un projet.
Les équations du second degré constituent un outil important pour la résolution d'une catégorie de problèmes et préparent l'élève à l'étude, plus générale, des polynômes du second degré.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Programmation linéaire.	1. Traduire les contraintes d'un problème de programmation linéaire sous la forme d'un système d'inéquations linéaires et d'une fonction économique. 2. Trouver graphiquement une solution optimale d'un problème de programmation linéaire. • Résoudre graphiquement un système de n inéquations linéaires $(2 \leq n \leq 5)$ à deux inconnues. • Traduire, en système d'inéquations linéaires à deux inconnues, les contraintes d'un problème de programmation linéaire et en donner une solution optimale.	Les systèmes linéaires de n inéquations à deux inconnues peuvent être traités volontairement pour $n = 2$ ou $n = 3$. Si $n \geq 4$, ils doivent être judicieusement choisis et comporter des inéquations simples telles que $x \geq a$ ou $y > a$. Il sera très intéressant d'impliquer dans les systèmes d'inéquations des équations comme $ax + by = c$. L'étude de la programmation linéaire sera faite exclusivement à travers des exemples. Toute justification théorique est à écarter.
3.2. Résolution d'une équation du second degré à coefficients réels.	1. Etudier l'existence des racines d'une équation du second degré à coefficients réels. • Ecrire un polynôme du second degré à une inconnue sous sa forme canonique. • Etudier l'existence et le nombre des racines d'une équation du second degré à coefficients réels. • Trouver les racines d'une équation du second degré à coefficients réels. • Interpréter graphiquement la solution d'une équation du second degré.	Les équations du second degré considérées seront à coefficients réels numériques non paramétrés. Chaque fois qu'un cas particulier se présentera (identité remarquable, équation incomplète), on en profitera pour simplifier la résolution. L'élève aura à résoudre des problèmes simples conduisant à des équations du second degré : recherche de deux nombres connaissant leur somme et leur produit, équations bicarrées et recherche des points de rencontre de deux courbes.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.3. Somme et produit des racines du trinôme du second degré.	1. Etudier les relations liant la somme et le produit des racines d'un polynôme du second degré aux coefficients de ce polynôme. • Reconnaître les racines d'un polynôme du second degré. • Exprimer à l'aide des coefficients la somme et le produit des racines, lorsqu'elles existent. • Ecrire l'équation du second degré dont on connaît la somme et le produit des racines.	Les polynômes du second degré considérés auront comme coefficients des nombres réels non paramétrés. Les expressions simples de la somme et du produit des racines à l'aide des coefficients pourront porter des indications sur ces racines (signe, calcul de l'une connaissant l'autre, etc.). Il faut attirer l'attention de l'élève sur le fait qu'il ne doit utiliser ces expressions qu'après avoir vérifié l'existence des racines (signe du discriminant).

4. POLYNOMES (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Etude du signe du trinôme du second degré.	1. Etudier le signe d'un trinôme du second degré à une inconnue. 2. Résoudre une inéquation du second degré à une inconnue. • Factoriser, si possible, un polynôme du second degré à une inconnue. • Etudier le signe d'un polynôme du second degré à une inconnue. • Résoudre une inéquation du second degré à une inconnue. • Résoudre un système d'inéquations du second degré à une inconnue. • Interpréter graphiquement la solution d'une inéquation du second degré. • Interpréter graphiquement une inéquation du second degré.	Les inéquations et les systèmes d'inéquations considérés seront relativement simples et à coefficients non paramétrés. L'esprit du programme consiste en effet à initier l'élève à l'inévitable utilisation des règles de signe et à l'interprétation graphique des relations trouvées. Quelques inéquations pouvant comporter des expressions rationnelles, l'élève devra remarquer que le signe d'un quotient est identique, sous certaines conditions, à celui du produit.

ANALYSE (FONCTIONS NUMERIQUES) (50 h)

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (15 h)

L'analyse, dans cette classe, est surtout axée sur l'étude des fonctions dont le but essentiel est de visualiser des situations dans certains domaines scientifiques, socio-économiques et de la vie courante, etc.

Cette étude requiert l'utilisation d'outils mathématiques (le calcul de dérivées) qui permettent de mesurer les taux d'accroissements. Comme la signification de ces taux dépend du problème posé, nous devons insister sur leur interprétation pratique plutôt que sur leur définition théorique.

L'usage de la calculatrice graphique est souhaitable en classe pour contrôler le tracé de la courbe représentative. De même l'utilisation d'un logiciel informatique approprié.

Les primitives ont étés introduites pour faciliter la compréhension de certains problèmes économiques.

En général, toute complication dans les situations et les calculs doit être évitée. Il faut privilégier la simplicité dans la représentation des notions mathématiques. Il est recommandé d'admettre des résultats dont la démonstration exige un raisonnement complexe.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Limite d'une fonction en un point. Limite à l'infini. Asymptotes verticales et horizontales.	1. Identifier la limite d'une fonction f en un point a et à l'infini. 2. Connaître les limites des fonctions usuelles. 3. Reconnaître si une fonction possède une asymptote verticale ou horizontale. • Savoir que $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ n'a de sens que si f est définie sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne. • Savoir que, pour les fonctions usuelles, $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ où a est dans leur domaine de définition. • Calculer $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ dans des cas simples. • Connaître les équivalences des écritures suivantes: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L.$	On montrera sur des exemples graphiques comment une fonction tend vers une limite L lorsque x tend vers a. On évitera les formes compliquées et on se limitera à des cas simples. Les asymptotes obliques ne sont pas au programme.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	$\lim\limits_{x \to a} (f(x) - L) = 0$. $f(x)=L + \varphi(x)$ avec $\lim\limits_{x \to a} \varphi(x) = 0$ où a désigne l'un des symboles $+\infty$ ou $-\infty$. • Savoir que $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ n'existe pas nécessairement. • Calculer $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ lorsque a est une borne de l'ensemble de définition de f. • Interpréter géométriquement en terme d'asymptote $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$. • Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ dans des cas simples. • Interpréter en terme d'asymptote $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=L$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=L$ où L est un réel.	On insistera sur le rôle des asymptotes verticales pour différencier $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x>a}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x<a}} f(x)$.
1.2. Calcul sur les limites.	1. Enoncer et utiliser les propriétés des limites. 2. Reconnaître une forme indéterminée et lever l'indétermination. • Connaître et utiliser la limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient de deux fonctions. • Reconnaître les formes indéterminées et lever l'indétermination. • Savoir que si $f(x) \geq g(x)$ sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne, alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) \geq \lim\limits_{x \to a} g(x)$.	Les formes indéterminées considérées seront toutes traitées par factorisation et simplification. L'élève apprendra à traiter les cas des limites qui se présentent sous une forme indéterminée.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que si $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$ sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne, et si $\lim_{x\to a} u(x) = \lim_{x\to a} v(x) = L$, alors $\lim_{x\to a} f(x) = L$. • Savoir que si $g(x) \leq f(x)$ et a est une borne de l'ensemble de définition de f et g, et $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$. • Savoir que si $g(x) \leq f(x)$ et a est une borne de l'ensemble de définition de f et g et $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$, alors $\lim_{x\to a} g(x) = -\infty$.	
1.3. Suites arithmétiques. Suites géométriques.	1. Caractériser une suite arithmétique par son premier terme et sa raison. 2. Calculer le terme général d'une suite arithmétique et la somme de ses n premiers termes. 3. Caractériser une suite géométrique par son premier terme et sa raison. 4. Calculer le terme général d'une suite géométrique et la somme de ses n premiers termes. • Reconnaître une suite arithmétique par son premier terme et sa raison. • Calculer le terme général d'une suite arithmétique. • Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique. • Reconnaître une suite géométrique par son premier terme et sa raison. • Calculer le terme général d'une suite géométrique.	On se limitera aux suites arithmétiques et géométriques. La suite de terme général U_n sera notée (U_n). Le raisonnement par récurrence n'est pas au programme de cette classe. Les formules des suites arithmétiques et géométriques seront élaborées intuitivement.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique. • Calculer des termes d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique.	

2. CONTINUITE ET DERIVATION (25 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Continuité des fonctions usuelles.	1. Définir la continuité d'une fonction en un point. 2. Reconnaître une fonction continue sur un intervalle donné. • Savoir qu'une fonction f définie dans un intervalle contenant le nombre a est dite continue au point a si $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$. • Reconnaître graphiquement une fonction continue sur un intervalle et déterminer les points de discontinuité. • Savoir que toutes les fonctions usuelles sont continues dans tout intervalle contenu dans leur domaine de définition.	On caractérisera et interprétera graphiquement la continuité d'une fonction en un point. On admettra la continuité des fonctions usuelles sur leur domaine de définition.
2.2. Dérivée d'une fonction en un point.	1. Définir la dérivée d'une fonction en un point et en donner une interprétation géométrique et une interprétation cinématique et économique. Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont supposées définies dans un intervalle contenant le réel a.	On introduira la dérivée en un point par des considérations géométriques pour aboutir ensuite à la définition analytique. On donnera un exemple graphique d'une fonction continue en un point et non dérivable en ce point. L'étude des aspects cinématiques et économiques se fera directement à partir d'activités simples.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître le taux d'accroissement de f en a $\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)$ et interpréter son signe. • Savoir que la dérivée de f en a est le nombre $A=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ lorsque cette limite existe. • Savoir que le nombre dérivé de f en a est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point $(a, f(a))$ et que l'équation de la tangente en ce point est $y-f(a)=A(x-a)$. • Savoir que la vitesse instantanée au temps t_0 d'un mobile M, dont la loi horaire est donnée par $t \mapsto f(t)$, est la dérivée de f en t_0. • Savoir que si $y=f(x)$ est le coût total de la production de x unités, $f'(x)$ est alors interprété comme le coût marginal de x unités. • Savoir que si la limite du taux d'accroissement de f en a est infinie, alors la tangente à la courbe représentative au point $(a, f(a))$ est parallèle à l'axe des y. • Savoir que si la dérivée de f en a est nulle, alors la tangente à la courbe représentative au point $(a, f(a))$ est parallèle à l'axe des x.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Fonction dérivée. Dérivées des fonctions usuelles, règles de calcul.	1. Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions usuelles. 2. Enoncer et utiliser les théorèmes de dérivation. • Calculer la dérivée des fonctions usuelles. • Connaître et utiliser la dérivée de $(u+v)$, $(u.v)$, (au), $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{v}$, u^n, où u et v sont des fonctions dérivables. • Savoir qu'une fonction est croissante (resp. décroissante) sur un intervalle si sa fonction dérivée est positive (resp. négative) sur cet intervalle; et que la dérivée d'une fonction constante est nulle. • Savoir que si f' s'annule en changeant de signe en un point a, alors $f(a)$ est un extremum local pour f. • Reconnaître graphiquement une fonction continue et non dérivable en un point.	Les théorèmes de dérivation ainsi que le théorème sur le signe de la dérivée seront admis.
2.4. Etude des fonctions: fonctions polynômes, fonctions homographiques.	1. Etudier et représenter graphiquement une fonction polynôme et une fonction homographique. • Trouver le domaine de définition d'une fonction polynôme et d'une fonction homographique. • Réduire, si c'est possible, le domaine d'étude par des considérations de parité. • Vérifier qu'un point donné est un centre de symétrie de la courbe représentative d'une fonction et qu'une droite parallèle à l'axe des y est un axe de symétrie de cette courbe. • Etudier les limites aux bornes ouvertes des intervalles du domaine de définition ou d'étude pour trouver les asymptotes. • Calculer la dérivée et déterminer son signe. • Dresser le tableau de variation résumant l'étude de la fonction. • Tracer la courbe représentative de la fonction.	On rappellera le plan d'étude d'une fonction et on l'enrichira par l'étude des asymptotes horizontale et verticale et par celle du signe de la dérivée pour déterminer les intervalles de monotonie d'une fonction.

3. INTEGRATION (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle: calcul de primitives.	1. Identifier le passage d'une fonction à une primitive comme une opération réciproque de la dérivation. 2. Reconnaître une constante comme étant une primitive de la fonction nulle, et en déduire la relation qui lie deux primitives d'une même fonction. 3. Citer les primitives des fonctions usuelles et vérifier chacune d'elles. 4. Utiliser la linéarité dans le calcul des primitives. • Connaître la définition d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle I. • Reconnaître une constante comme étant une primitive de la fonction nulle. • Savoir que deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. • Savoir qu'une fonction continue sur un intervalle I admet une infinité de primitives. • Connaître les primitives des fonctions f définies sur un intervalle I par les expressions: x^n $(n \neq -1)$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$; $\sqrt{x}$. • Trouver la primitive d'une fonction vérifiant une condition donnée. • Calculer une primitive d'une fonction en la décomposant en somme de fonctions dont on connaît des primitives . • Savoir que kF est une primitive de kf où F est une primitive de f et k une constante.	On utilisera $\int f(x)dx$ pour noter une primitive définie à une constante près de la fonction f. L'élève apprendra le calcul de la primitive qui vérifie une condition donnée. On calculera des primitives pour des fonctions simples obtenues par combinaisons linéaires de fonctions usuelles. On admettra que toute fonction continue sur un intervalle I a une primitive sur I.

STATISTIQUE ET PROBABILITE (30 h)

1. STATISTIQUE (15 h)

Il s'agit, dans cette classe, de travailler sur des séries statistiques à variable continue.
Les séries statistiques à variable discrète ayant déjà été traitées en première année secondaire, l'élève doit à présent être amené à maîtriser le passage d'une variable discrète à une variable continue.
On fera remarquer qu'un regroupement en classes ou intervalles conduit à une perte d'informations. En revanche, plusieurs regroupements différents pour une même série statistique donnent une idée plus claire de l'étude en cours.
Il est à noter que si les représentations graphiques (histogrammes et polygones) ne suffisent pas pour tout expliquer, elles permettent, toutefois, d'éclaircir certains aspects de l'étude en cours.
Il est souhaitable, pour la motivation des élèves, que les exemples proposés soient authentiques et étroitement liés aux domaines scientifiques, économiques et sociaux.
L'utilisation de la calculatrice est à conseiller.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Variable continue; répartition en classes.	1. Proposer, pour une même série statistique, des regroupements différents, mieux adaptés à l'étude en cours. • Déterminer un intervalle $[a, b]$ de **R** qui contient toutes les valeurs prises par le caractère. • Déterminer l'étendue ou l'amplitude de la série statistique. • Reconnaître une classe et déterminer son centre. • Choisir une partition de $[a, b]$ en un nombre fini d'intervalles (classes) à amplitude égale. • Effectuer, pour une même série, plusieurs regroupements en classes. • Passer d'un caractère quantitatif discret, en regroupant par classes, à un caractère quantitatif continu.	On se limitera à des classes à amplitudes égales. On admettra que, dans chaque classe ou intervalle, les effectifs sont régulièrement répartis. Les limites des classes doivent être des valeurs simples (non fractionnaires). Le nombre de classes à adopter dépend du phénomène étudié, de la précision, de la mesure que l'on désire atteindre et de l'effectif de la population étudiée. Lorsque la première et la dernière classe ne sont pas bien déterminées, on leur attribuera des classes ayant même intervalle que les autres.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Séries statistiques des effectifs et des fréquences; histogramme, polygone.	1. Représenter les effectifs et les fréquences par des histogrammes et des polygones. • Traduire des données dans un tableau d'effectifs et de fréquences. • Représenter les effectifs et les fréquences par un histogramme et un polygone. • Lire un graphique d'effectifs à variable continue.	La représentation graphique doit se faire dans le plan en coordonnées cartésiennes et à échelle verticale dite arithmétique. Elle doit être claire et simple pour visualiser rapidement l'allure générale du phénomène étudié. Elle peut servir à compléter et à traduire un tableau d'effectifs et de fréquences. Elle se prête aux comparaisons avec des phénomènes similaires. On doit éviter un graphique compliqué et surchargé de renseignements.
1.3. Séries statistiques des effectifs et des fréquences cumulés; histogramme, polygones.	1. Calculer les effectifs et les fréquences cumulés et les représenter graphiquement . • Dresser le tableau des effectifs cumulés d'une série statistique à variable continue et le compléter par les fréquences cumulées • Représenter les effectifs cumulés et les fréquences cumulées par un histogramme et un polygone. • Lire un graphique d'effectifs cumulés d'une série statistique à variable continue.	La courbe des fréquences cumulées peut être représentée sur le même graphique que l'histogramme dans le seul cas où l'on peut graduer les axes (amplitude des classes égales).

2. PROBABILITE (15 h)

La notion de probabilité doit être introduite d'une façon intuitive. On évitera tout exposé théorique. Il s'agit d'entraîner les élèves à décrire une expérience aléatoire simple.
Le but et l'ambition du calcul des probabilités est de prévoir et calculer des résultats de situations dues au hasard, lequel intervient continuellement dans la vie courante.
De nos jours, le calcul des probabilités est utilisé dans divers domaines: sondages, assurances, météorologie, biologie, physique, etc.
Il est souhaitable de lier les probabilités aux statistiques par le rapprochement entre fréquence et probabilité.
Les situations proposées doivent être simples et ne pas comporter de difficultés combinatoires.
Il est conseillé d'utiliser la calculatrice.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Notion de probabilité	1. Estimer la valeur de la probabilité d'un événement et vérifier expérimentalement cette estimation. • Savoir estimer la valeur de la probabilité d'une situation donnée. • Vérifier par l'expérience cette estimation.	On doit initier l'élève à décrire quelques expériences aléatoires de la vie courante en utilisant soit un tableau, soit un arbre pour estimer la valeur de la probabilité. Un événement doit être défini avec précision, sa réalisation ne doit comporter aucune ambiguïté.
2.2. L'univers des possibles. Cas d'événements équiprobables.	1. Définir les termes : éventualité, événement, univers des possibles, événement certain, événement impossible, événements équiprobables. • Reconnaître une éventualité. • Reconnaître un événement, un événement élémentaire. • Reconnaître l'univers des possibles Ω. • Reconnaître un événement certain, un événement impossible $\varnothing$. • Reconnaître les événements équiprobables.	On notera Ω l'événement certain et $\varnothing$ l'événement impossible.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Propriétés de la probabilité.	1. Calculer la probabilité d'un événement en utilisant les propriétés fondamentales de la probabilité. • Savoir que la probabilité de l'événement certain est un ($P(\Omega)$=1). • Savoir que si $A \neq \Phi$, alors $P(A) > 0$. • Savoir que si $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, alors $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \ldots + P(a_n)$ • Savoir que si A est l'événement impossible, alors $P(A) = 0$. • Savoir que pour tout événement A on a : $0 \leq P(A) \leq 1$.	On remarquera que, pour un événement A, la formule $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$ n'est vraie que lorsqu'il y a équiprobabilité.
2.4. Calcul de probabilités: événement (A et B), événement (A ou B), événements incompatibles, événements contraires.	1. Différencier ces événements et effectuer des calculs. • Reconnaître l'événement (A et B). • Reconnaître l'événement (A ou B). • Reconnaître deux événements incompatibles. • Reconnaître deux événements contraires. • Savoir que si A et B sont incompatibles, alors $P(A$ et $B) = 0$ et $P(A$ ou $B) = P(A) + P(B)$. • Savoir que, pour deux événements quelconques A et B, $P(A$ ou $B) = P(A) + P(B) - p(A$ et $B)$. • Savoir que si A et $\overline{A}$ sont deux événements contraires, alors: $P(A)+P(\overline{A})=1$.	On rappellera les acquis précédents en les prolongeant par les formules $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ et $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ qui ne sont vraies que dans le cas où A et B sont des parties d'un même univers Ω. On utilisera les formules des arrangements et des permutations.

DEUXIEME ANNEE
SERIES SCIENTIFIQUES

ALGEBRE (44 h)

1. FONDEMENTS (6 h)

L'élève sait déjà manipuler les ensembles et les opérations élémentaires sur les ensembles (réunion, intersection, etc.). Il a traité le couple et le produit cartésien de deux ensembles. Ce thème aura pour but d'étudier les relations binaires qui jouent un rôle très important en mathématiques, particulièrement au niveau de la systémisation de la réflexion et de l'unification des idées.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Relations binaires.	1. Identifier une relation binaire sur un ensemble. 2. Ecrire en extension le graphe d'une relation binaire sur un ensemble fini. 3. Identifier une relation d'équivalence. 4. Ecrire en extension la classe d'équivalence d'un élément. 5. Déterminer la partition associée à une relation d'équivalence. 6. Identifier une relation d'ordre. • Identifier une relation binaire sur un ensemble. • Ecrire en extension le graphe d'une relation binaire sur un ensemble fini. • Ecrire en extension l'ensemble des éléments associés à un élément donné par une relation binaire sur un ensemble fini. • Reconnaître une relation d'équivalence. • Ecrire en extension la classe d'équivalence d'un élément. • Déterminer la partition associée à une relation d'équivalence. • Retrouver la relation d'équivalence qui détermine une partition donnée.	L'objectif principal est d'introduire la notion de relation binaire sur un ensemble ainsi que le graphe d'une telle relation. Les notions de réflexivité, de symétrie, d'antisymétrie et de transitivité seront introduites lors de l'étude de la relation d'équivalence et de la relation d'ordre. On ne manquera pas de mentionner que le graphe d'une relation binaire sur un ensemble E est une partie du produit cartésien $E^2 = E \times E$. Une relation binaire sur un ensemble sera généralement notée par une lettre telle que R, S, etc. La notation xRy exprime que l'élément x est lié à l'élément y par la relation R. Le graphe d'une relation R sera généralement noté $G(R)$ ou G_R. Le développement théorique doit être évité. On initiera l'élève à la notion de relation d'équivalence à partir de la définition de cette notion et d'exemples simples mettant en évidence la partition qu'elle détermine sur un ensemble donné et les classes d'équivalence qu'elle définit. Il est conseillé de négliger la notion d'ensemble quotient qui est assez délicate à manipuler.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître une relation d'ordre. • Reconnaître deux éléments non-comparables par une relation d'ordre.	Lorsqu'il s'agit d'une relation d'équivalence R, l'ensemble $C(a)=\{x \in E \ / \ aRx\}$ sera appelé "classe d'équivalence de a modulo R" et pourra être noté $\overline{a}$ tout simplement. En ce qui concerne la relation d'ordre, et sans faire une étude détaillée des ensembles ordonnés, on se propose de montrer que l'ordre est une structure mathématique qui dépasse de loin le cadre des nombres réels. A cette fin, il est très important d'initier l'élève à des relations d'ordre autres que l'ordre usuel sur les nombres réels. En particulier, il faut le familiariser avec des relations d'ordre où des éléments peuvent ne pas être comparables. On veillera à noter R une relation d'ordre quelconque et de réserver la notation $\leq$ à la relation d'ordre usuel sur les nombres réels, et cela pour éviter toute confusion possible.

2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL (6 h)

L'étude introductive des arrangements et des *p-listes*, déjà accomplie en première année secondaire, rend plus facile leur étude générale programmée pour cette année.
L'élève aura, à travers ce thème, l'occasion d'étudier systématiquement les arrangements avec et sans répétition, ainsi que les formules générales qui les concernent. Soulignons l'importance qu'aura cette étude en calcul des probabilités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Arrangements et permutations.	1. Calculer $n!$. 2. Identifier un arrangement, un arrangement avec répétition, une permutation.	A_n^p désignera le nombre d'arrangements sans répétition de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. Le nombre d'arrangements avec répétition, ou *p-listes*, d'un ensemble à n éléments, est le cardinal n^p de E^p.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	3. Donner et utiliser les formules du nombre d'arrangements avec répétition, du nombre d'arrangements sans répétitions et du nombre de permutations. • Calculer $n!$ où n est un nombre naturel. • Reconnaître un arrangement sans répétitions de p éléments d'un ensemble E à n éléments. $(0 < p \leq n)$. • Reconnaître une permutation. • Reconnaître un arrangement avec répétition. • Connaître et utiliser les formules qui donnent le nombre d'arrangements avec répétition, sans répétitions, et du nombre de permutations.	Le calcul direct à partir des formules et l'usage de la calculatrice seront tous deux conseillés. On utilisera la notation $n!$ (*factoriel n*) et on définira particulièrement $0!$. On veillera à choisir, comme activités d'application, des exemples tirés de la vie courante.

3. EQUATIONS ET INEQUATIONS (20 h)

L'élève, ayant maîtrisé le calcul sur les équations et inéquations du premier degré ainsi que la technique de régionnement du plan, consolidera ses connaissances dans ce domaine, d'une part en manipulant des problèmes d'optimisation linéaire et des systèmes de trois équations à trois inconnues, et d'autre part, en étudiant en détail le polynôme du second degré.

Les systèmes d'inéquations linéaires trouvent leur champ d'application dans les problèmes d'optimisation, principalement en économie. Ils permettent de chercher, sous un certain nombre de contraintes, les conditions qui favorisent un bénéfice maximal, une perte minimale ou un meilleur déroulement d'un projet.

Les problèmes du second degré sont à la base de presque toutes les activités de calcul et les activités graphiques qui seront rencontrées ultérieurement.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Système d'équations linéaires (3×3). Programmation linéaire.	1. Traduire les contraintes d'un problème de programmation linéaire sous la forme d'un système d'inéquations linéaires et d'une fonction économique. 2. Trouver graphiquement la solution optimale d'un problème de programmation linéaire. 3. Résoudre un système d'équations linéaires (3×3). • Résoudre graphiquement un système de n inéquations linéaires $(2 \leq n \leq 5)$ à deux inconnues. • Traduire, en système d'inéquations linéaires à deux inconnues, les contraintes d'un problème de programmation linéaire et en donner une solution optimale. • Résoudre un système de trois équations linéaires à trois inconnues par la méthode des combinaisons et par la méthode de la substitution. • Echelonner et résoudre un système de trois équations linéaires à trois inconnues (méthode de Gauss). • Reconnaître les systèmes linéaires (3×3) qui n'ont pas de solutions et ceux qui admettent une infinité de solutions et écrire les solutions de ces systèmes.	Les systèmes linéaires de n inéquations à deux inconnues peuvent être traités volontairement pour $n = 2$ ou $n = 3$. Si $n \geq 4$, ils doivent être judicieusement choisis et comporter des inéquations simples telles que $x \geq a$ ou $y > a$. Il sera intéressant d'impliquer dans les systèmes d'inéquations des équations comme $ax+by = c$. L'étude de la programmation linéaire sera faite exclusivement à travers des exemples. Toute justification théorique est à écarter. Pour ce qui concerne le système de trois équations à trois inconnues, la méthode des combinaisons et la méthode de la substitution fournissent un outil mathématique important. Cependant, l'élève doit rester vigilant à l'égard de la première puisqu'elle aboutit parfois à un résultat non vérifié par toutes les équations. La méthode de Gauss devient plus intéressante et plus avantageuse au fur et à mesure que le nombre d'équations augmente. Les systèmes conduisant à une infinité de solutions ou à aucune solution doivent être largement traités au moyen d'un nombre suffisant d'exemples. Toute formulation indicative, telle que celle du déterminant, est déconseillée. Toute étude systématique des systèmes paramétrés est à éviter.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Polynômes, équations et inéquations du second degré.	1. Ecrire un trinôme du second degré sous sa forme canonique. 2. Déterminer si une équation du second degré à coefficients réels possède des racines réelles et trouver le nombre de ces racines. 3. Calculer, lorsqu'elles existent, les racines réelles d'une équation du second degré à coefficients réels. 4. Calculer la somme et le produit des racines d'un trinôme du second degré en fonction de ses coefficients. 5. Ecrire l'équation du second degré dont on connaît la somme et le produit des racines. 6. Résoudre une inéquation du second degré à coefficients numériques. • Ecrire un polynôme du second degré à une inconnue sous sa forme canonique. • Etudier l'existence des racines réelles d'une équation du second degré à une inconnue (discriminant) et déterminer ces racines lorsqu'elles existent. • Calculer la somme et le produit des racines d'un polynôme du second degré à l'aide des coefficients. • Résoudre des problèmes du second degré impliquant une ou deux inconnues. • Etudier le signe d'un polynôme du second degré. • Résoudre des inéquations et des systèmes d'inéquations du second degré à une inconnue. • Interpréter graphiquement la solution d'une équation ou d'une inéquation du second degré à une inconnue. • Résoudre graphiquement une inéquation du second degré.	La forme canonique d'un polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ est le point de départ de son étude complète, et cela à plusieurs niveaux: - niveau calcul : factorisation, signe et racines; - niveau fonctionnel : extremum; - niveau graphique : axe de symétrie et courbe déduite de celle de la fonction $x \mapsto ax^2$. On initiera l'élève à manipuler des équations du second degré à coefficients paramétrés. Chaque fois qu'un cas particulier se présentera (identité remarquable où l'un des coefficients est nul), on en profitera pour simplifier la résolution de l'équation. Dans le cas où le calcul des racines est compliqué, le calcul de la somme et du produit de ces racines pourra indiquer leur signe, comme il permettra de trouver les valeurs numériques d'expressions ne dépendant que de cette somme et de ce produit. L'élève aura à résoudre des équations et des problèmes conduisant à des équations du second degré tels que : recherche de deux nombres connaissant leur somme et leur produit; équations bicarrées; recherche des points de rencontre de deux courbes et recherche des tangentes. L'élève aura à maîtriser la lecture du signe d'un polynôme du second degré, d'un produit ou d'un quotient de deux facteurs du premier degré, et à utiliser cette lecture dans la résolution des inéquations ou systèmes d'inéquations à une inconnue.

4. POLYNOMES (4 h)

L'élève a déjà vu, en première année, la division d'un polynôme $P(x)$ par $(x - a)$ lorsque a est une racine de $P(x)$.
Il a aussi utilisé différentes méthodes pour factoriser un polynôme $P(x)$ par $(x - a)$ afin de résoudre l'équation polynomiale $P(x) = 0$.
Cette année, il traitera la division d'un polynôme $A(x)$ par un autre $B(x)$ pour trouver le reste et le quotient, et pour factoriser et simplifier des fractions rationnelles.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Division euclidienne d'un polynôme par un autre.	1. Effectuer la division euclidienne d'un polynôme par un autre. • Effectuer la division d'un polynôme de racine a par $(x - a)$. • Effectuer la division euclidienne et reconnaître le quotient et le reste. • Savoir que $P(a)$ est le reste de la division d'un polynôme $P(x)$ par $(x - a)$.	On mentionnera que la division euclidienne d'un polynôme $A(x)$ (dividende) par un polynôme $B(x)$ (diviseur) distinct du polynôme nul, est une opération qui vise à trouver deux polynômes $Q(x)$ (quotient) et $R(x)$ (reste) tels que : $A(x) = B(x) . Q(x) + R(x)$. On admettra l'existence et l'unicité de ce quotient et de ce reste. Leur recherche peut être effectuée par la méthode des polynômes identiques ou par la technique de division directe.
4.2. Factorisation. Simplification de fractions rationnelles.	2. Utiliser la factorisation pour simplifier une fraction rationnelle. 3. Factoriser un trinôme du second degré à coefficients réels. 4. Factoriser un polynôme de degré trois dont une racine est connue ou facile à trouver. • Simplifier une fraction rationnelle. • Factoriser un trinôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0, b, c \in \mathbf{R})$ sous la forme $f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$, où α et β sont des réels. • Factoriser un polynôme du troisième degré dont on connaît une racine. • Factoriser un polynôme du troisième degré dont une racine est facile à trouver.	On notera que toute simplification doit être effectuée dans le domaine de définition de la fraction. L'élève, ayant appris en première année à trouver les facteurs de forme $(x - a)$ d'un polynôme du troisième degré, aura cette année à compléter cet apprentissage.

5. NOMBRES (8 h)

Avec les équations du second degré à coefficients réels ne possédant pas de racines dans **R**, on se trouve dans une situation analogue à celle où certaines équations de la forme $x + a = b$ à coefficients dans **N** ne possèdent pas de solutions dans **N**. Pour résoudre ce problème, il est nécessaire d'élargir le système **R** des nombres réels.

En fait, le service rendu par l'introduction des nombres complexes dépasse de loin cette nécessité. Les différentes applications mathématiques (problèmes où interviennent des considérations d'angle ou de distance) et physiques (surtout en électricité) de ce sujet justifient l'espace qui lui sera réservé.

Au niveau de cette classe, il s'agit seulement de familiariser l'élève avec la manipulation des nombres complexes; aspects, calculs et configurations géométriques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Nombres complexes : définition, forme algébrique.	1. Identifier un nombre complexe et l'écrire sous la forme algébrique $a + ib$. 2. Caractériser un nombre complexe nul. 3. Caractériser deux nombres complexes égaux. • Vérifier si une équation du second degré à coefficients réels possède des racines réelles ou non. • Démontrer que, si on admet l'existence d'un nombre i tel que $i^2 = -1$, toute équation du second degré à coefficients réels et à discriminant négatif possède alors deux racines complexes $\alpha + i\beta$ et $\alpha - i\beta$. • Reconnaître un nombre complexe sous la forme $z = a + ib$, où a et b sont des réels. • Connaître et utiliser le fait qu'un nombre complexe $z = a + ib$ est nul si, et seulement si, les nombres réels a et b sont nuls à la fois. • Connaître et utiliser le fait qu'un nombre complexe s'écrit d'une façon unique sous la forme : $a + ib$ $(i^2 = -1)$.	On considérera des exemples montrant que l'ensemble des réels est insuffisant pour résoudre toutes les équations du second degré à coefficients réels. On pourra définir un nombre complexe par différentes méthodes, mais, quelle que soit la méthode utilisée, il sera nécessaire de considérer que le système des nombres complexes est une extension de celui des nombres réels (ainsi, tout nombre réel est un nombre complexe particulier). Un nombre complexe z sera noté $z = a + ib$ où $i^2 = -1$. La partie réelle a de z sera notée $Re(z)$ et la partie imaginaire b sera notée $Im(z)$. L'ensemble des nombres complexes sera noté : **C**.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Identifier la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe. • Reconnaître un nombre complexe imaginaire pur. • Connaître et utiliser le fait que deux nombres complexes sont égaux si, et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.	
5.2. Opérations sur les nombres complexes.	1. Effectuer les opérations sur les nombres complexes. 2. Résoudre une équation du second degré à coefficients réels et à discriminant négatif. 3. Calculer le conjugué d'un nombre complexe et utiliser ses propriétés. • Additionner, soustraire et multiplier deux nombres complexes. • Réduire une expression complexe à la forme algébrique $a + ib$. • Connaître et utiliser le fait que le produit de deux nombres complexes est nul si, et seulement si l'un des deux est nul. • Connaître le fait qu'un nombre complexe possède deux racines carrées opposées et les calculer. • Résoudre une équation du second degré à coefficients réels et à discriminant négatif. • Reconnaître et calculer le conjugué $\overline{z}$ d'un nombre complexe. • Connaître et utiliser les propriétés suivantes a) $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$; b) $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$;	Les opérations sur les nombres complexes seront introduites, par extension, à partir de celles définies dans **R**, en remplaçant, chaque fois qu'il se présente, le nombre i^2 par -1. Cette idée paraît logique si on regarde l'ensemble des nombres complexes comme étant le résultat de l'adjonction de i à l'ensemble **R** avec toutes les règles de calcul permises. Ce qui permettra de résoudre toute équation du second degré à coefficients réels. On notera $\overline{z}$ le conjugué de z et on remarquera que les racines complexes d'une équation de second degré à coefficients réels et à discriminant négatif sont toujours conjuguées l'une de l'autre. Le calcul des racines carrées d'un nombre complexe est une opération délicate. Il est conseillé d'amener l'élève à maîtriser les techniques efficaces dans ce domaine et de s'y limiter à des activités relativement simples. Le symbole $\sqrt{}$ ne sera pas utilisé pour désigner l'une des racines carrées d'un nombre complexe non réel par manque de justification.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	c) $\overline{\overline{z}} = z$; d) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ et $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\overline{z}}$; e) $z\overline{z} = a^2 + b^2$ pour $z = a + ib$; f) $\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{z\overline{z}} = \frac{\overline{z}}{a^2+b^2}$ pour $z = a + ib$; g) z est réel si, et seulement si $z = \overline{z}$; h) Un nombre complexe z est imaginaire pur, si et seulement si, $z \neq 0$ et $\overline{z} = -z$; i) $Re(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$ et $Im(z) = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$. • Connaître et utiliser le fait que les points images de z et $\overline{z}$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses. • Diviser un nombre complexe par un autre non nul.	
5.3. Représentation géométrique d'un nombre complexe.	1. Représenter géométriquement un nombre complexe. 2. Connaître le fait que l'application de l'ensemble des points du plan dans celui des nombres complexes qui, à un point, fait correspondre son affixe est une bijection. • Placer le point image d'un nombre complexe et déterminer l'affixe d'un point du plan muni d'un repère orthonormé. • Tracer le vecteur image (d'origine O) d'un nombre complexe et déterminer l'affixe d'un vecteur. • Déterminer l'ensemble des points dont l'affixe vérifie une condition.	On profitera de l'unicité de la forme algébrique d'un nombre complexe pour dégager la bijection entre les points du plan et les éléments de **C**. On insistera sur la représentation géométrique de quelques nombres complexes de base tels que 1, i, $2i$, $1 + i$, $1 - i$ et leurs opposés. On ne manquera pas de mettre en relief les configurations géométriques relatives d'un complexe et de son conjugué. Les activités portant sur les ensembles des points dont l'affixe vérifie une certaine condition seront relativement simples. Les notions de module et d'argument ne font pas partie du programme.

GEOMETRIE (59 h)

1. ETUDE CLASSIQUE (18 h)

Le programme de cette année ne se propose pas seulement de représenter des objets physiques par des figures planes mais également d'investir les acquis de la géométrie plane dans des situations spatiales, et ceci afin de dégager des propriétés spécifiques à l'orthogonalité et au calcul des distances, des aires et des volumes.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Orthogonalité dans l'espace.	1. Caractériser l'orthogonalité de deux droites. 2. Caractériser l'orthogonalité d'une droite et d'un plan. 3. Caractériser deux plans perpendiculaires. 4. Lier l'orthogonalité et le parallélisme. • Reconnaître, dans l'espace, deux droites orthogonales. • Reconnaître l'orthogonalité d'une droite et d'un plan. • Reconnaître l'angle d'une droite et d'un plan. • Reconnaître l'angle de deux plans sécants. • Reconnaître deux plans perpendiculaires. • Connaître et utiliser les propriétés : P_1 : Si deux droites sont orthogonales, toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre. P_2 : Si deux droites sont parallèles, toute droite orthogonale à l' une est orthogonale à l'autre. P_3 : Si deux droites sont parallèles,tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre. P_4 : Si deux droites sont perpendiculaires à un même plan, elles sont parallèles entre elles. P_5 : Si deux plans sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.	L'élève est déjà familiarisé avec la représentation plane des objets de l'espace et avec les propriétés du parallélisme. On s'appliquera cette année à dégager les propriétés de l'orthogonalité à partir de situations simples basées sur le parallélépipède et particulièrement le cube. Différentes techniques de démonstration, notamment le raisonnement par l'absurde, pourront être consolidées à travers la démonstration de quelques-unes des propriétés P_1 , ... , P_9 . On attirera l'attention sur les extensions des notions acquises en géométrie plane aux notions correspondantes en géométrie dans l'espace. Exemples :

<table>
<tr><th>CONTENU</th><th>OBJECTIFS</th><th>COMMENTAIRES</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>
P_6 : Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite, ils sont parallèles entre eux.
P_7 : Si un plan (P) est orthogonal à une droite (D) et coupe cette droite en un point A, alors toute droite passant par A et orthogonale à (D) est dans (P).
P_8 : Par un point donné passe un plan unique orthogonal à une droite donnée.
P_9 : Par un point donné passe une droite unique perpendiculaire à un plan donné.
• Reconnaître le plan médiateur d'un segment.
• Caractériser le plan médiateur de [AB] comme ensemble des points équidistants de A et B.
</td>
<td>
<table>
<tr><th>Dans le plan</th><th>Dans l'espace</th></tr>
<tr><td>Par un point, on peut mener une droite et une seule perpendiculaire à une droite donnée.</td><td>Par un point, on peut mener une droite et une seule perpendiculaire à un plan donné.</td></tr>
<tr><td>Par un point, on peut mener une droite et une seule perpendiculaire à une droite donnée.</td><td>Par un point, on peut mener un plan et un seul perpendiculaire à une droite donnée.</td></tr>
<tr><td>Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.</td><td>Deux droites perpendiculaires à un même plan sont parallèles entre elles.</td></tr>
<tr><td>..........</td><td>............</td></tr>
</table>
L'étude de la symétrie orthogonale par rapport à un plan est une activité souhaitée.
</td>
</tr>
<tr>
<td>1.2. Projections dans l'espace.</td>
<td>
1. Caractériser les projetés d'un point et d'une figure plane sur un plan parallèlement à une direction donnée.
2. Caractériser les projetés d'un point et d'un vecteur sur une droite parallèlement à un plan donné.
3. Induire les propriétés de la projection orthogonale sur un plan et sur une droite.

• Projection sur un plan (P) parallèlement à une droite (D).
</td>
<td>
Pour cette année, on étendra à l'espace les notions de projection déjà vues dans le plan.
L'image A' d'un point A, par la projection sur une droite (Δ) parallèlement à une direction (Δ'), est notée pr(A). Ainsi pr([AB]) désigne le projeté du segment [AB] .
En appliquant P_1 et P_2, on dégagera les propriétés concernant la conservation :
- du parallélisme;
- de l'alignement;
</td>
</tr>
</table>

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Déterminer les projetés : - d'un point; - d'une droite (cas où cette droite est parallèle à (D) ou à (P)); - d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$; - d'une figure plane F (cas où le plan de F est parallèle à (D) ou à (P)). • Connaître et utiliser les propriétés suivantes : P_1 : Le projeté de $\vec{u} + \vec{v}$ est la somme des projetés de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$; P_2 : Le projeté de $k\,\vec{v}$ est le produit de k et du projeté de $\vec{v}$. • Reconnaître la projection orthogonale sur (P). • Connaître et utiliser la propriété suivante : Si $[A'B']$ est le projeté orthogonal de [AB] sur (P), alors $A'B' = AB \,.\, \cos\alpha$ où α est l'angle aigu de (AB) et $(A'B')$. * Connaître et utiliser la propriété suivante : Si s désigne l'aire d'une figure plane F, et s' celle de sa projetée orthogonale, alors $s' = s.\cos\alpha$ où α est l'angle aigu des deux plans (P) et celui de F. * *Projection sur une droite (D) parallèlement à un plan (P).* • Déterminer les projetés : - d'un point; - d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$. • Connaître et utiliser, dans le cas de la projection orthogonale sur un axe $(O, \vec{i})$, la propriété suivante : $\overline{A'B'} = AB \,.\, \cos(\vec{i}, \overrightarrow{AB})$ où $\overrightarrow{A'B'}$ est le projeté de $\overrightarrow{AB}$ sur l'axe.	- du centre de gravité d'un triangle; - de l'égalité des vecteurs. La projection orthogonale sera utilisée aussi pour le repérage et le calcul des distances et des aires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Les solides.	1. Reconnaître le prisme, la pyramide, le cône, le cylindre et la sphère. 2. Connaître l'expression de l'aire latérale et du volume de chacun de ces solides. 3. Déterminer la section du cône et du cylindre avec un plan parallèle à la base. 4. Etudier la position relative d'un plan et d'une sphère. • Connaître les différents solides: - le prisme et ses éléments principaux; - la pyramide et ses éléments principaux; - le cône et ses éléments principaux; - le cylindre et ses éléments principaux; - la sphère et ses éléments principaux. • Connaître et utiliser les formules donnant les aires latérales de ces solides. • Connaître et utiliser les formules donnant les volumes de ces solides. • Déterminer la section d'un cône avec un plan parallèle à sa base. • Déterminer la section d'un cylindre avec un plan parallèle à sa base. • Distinguer les trois positions d'un plan par rapport à une sphère. • Déterminer la section d'une sphère avec un plan.	L'élève utilisera les éléments principaux des solides suivants : prisme, pyramide, cône, cylindre et sphère, pour calculer les aires latérales et les volumes. Les formules donnant les expressions des aires latérales et des volumes seront admises.

2. ETUDE VECTORIELLE (16 h)

L'étude vectorielle inscrite au programme de cette année est une extension à l'espace de l'étude vectorielle dans le plan. Le calcul vectoriel de l'espace est un outil qui contribue à l'étude de quelques propriétés géométriques et prépare au calcul de certaines grandeurs : distances, aires et volumes.

Il est important que l'élève puisse dégager, dans certaines conditions, un repère d'une figure géométrique donnée qu'il pourra utiliser dans la résolution d'un problème posé.

Matériel didactique suggéré :

- papier calque, papier quadrillé, crayons de couleur.
- ordinateur et logiciel approprié.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Vecteurs et repères dans l'espace.	1. Caractériser trois vecteurs coplanaires. 2. Déterminer une base et un repère de l'espace. 3. Déterminer les composantes vectorielles et scalaires d'un vecteur. 4. Déterminer les coordonnées d'un point dans un repère et dans un autre repère de même base. • Reconnaître géométriquement trois vecteurs coplanaires $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. • Caractériser le plan défini par trois points non alignés A,B,C comme ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM} = \alpha\, \overrightarrow{AB} + \beta\, \overrightarrow{AC}$, α et β étant des réels quelconques.	La définition d'un vecteur, les notations et les propriétés en géométrie plane s'étendent à l'espace. En plus, l'élève sera initié à une nouvelle notion, celle des trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, coplanaires par une égalité de la forme $\vec{w} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$ où α et β sont deux réels non nuls. Notons que dans l'espace muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: • La droite de repère $(O ; \vec{i})$ est l'axe des abscisses, la droite de repère $(O ; \vec{j})$ est l'axe des ordonnées et la droite de repère $(O ; \vec{k})$ est l'axe des côtes; • La notation $A(x, y, z)$ veut dire que le point A admet x comme abscisse, y comme ordonnée et z comme côte;

<table>
<tr><th>CONTENU</th><th>OBJECTIFS</th><th>COMMENTAIRES</th></tr>
<tr><td></td><td>

• Connaître et utiliser la propriété : $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si , et seulement si , il existe deux réels α et β tels que $\vec{w} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{v}$ (ou $\vec{v} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{w}$ ou $\vec{u} = \alpha\,\vec{v} + \beta\,\vec{w}$).
• Reconnaître, dans l'espace, un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'origine O et de base définie par trois vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ non coplanaires.
• Connaître le fait que, pour tout vecteur $\vec{u}$ dans une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, il existe un triplet unique (x, y, z) de réels tels que : $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
• Identifier les composantes vectorielles et les composantes scalaires (coordonnées) d'un vecteur, dans un repère de l'espace.
• Connaître le fait que, pour tout point M de l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, il existe un triplet unique (x, y, z) de réels tels que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ et que x, y et z sont les coordonnées de M.
• Placer un point $M(x, y, z)$ dans un repère.
• Caractériser analytiquement la colinéarité de $\vec{V}(X, Y, Z)$ et $\vec{V'}(X', Y', Z')$ par l'existence d'un réel α tel que : $X' = \alpha X$, $Y' = \alpha Y$ et $Z' = \alpha Z$.

</td><td>

• La notation $\vec{V}(X, Y, Z)$, $\vec{V}\left|\begin{array}{l} X \\ Y \\ Z \end{array}\right.$ ou $\vec{V}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ signifie que : la première coordonnée de $\vec{V}$ est X, la deuxième coordonnée est Y et la troisième coordonnée est Z.

Il est à remarquer que des expressions analytiques des propriétés vectorielles dans l'espace forment , en général, une extension de leurs expressions analytiques dans le plan. Il s'agit du “simple ajout” d'une troisième dimension. Il est souhaitable d'écarter les situations qui n'obéissent pas à cette règle.

</td></tr>
</table>

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser les relations : $X_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A$; $Y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A$; $Z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$. • Connaître le fait que l'égalité des deux vecteurs $\overrightarrow{V}(X, Y, Z)$ et $\overrightarrow{V'}(X', Y', Z')$ est caractérisée par les égalités $X = X'$, $Y = Y'$ et $Z = Z'$. • Connaître et utiliser les relations : $X_{\vec{U}+\vec{V}} = X_{\vec{U}} + X_{\vec{V}}$; $Y_{\vec{U}+\vec{V}} = Y_{\vec{U}} + Y_{\vec{V}}$ et $Z_{\vec{U}+\vec{V}} = Z_{\vec{U}} + Z_{\vec{V}}$ et $X_{k.\vec{V}} = k.X_{\vec{V}}$; $Y_{k.\vec{V}} = k.Y_{\vec{V}}$ et $Z_{k.\vec{V}} = k.Z_{\vec{V}}$. • Calculer les coordonnées d'un point de l'espace défini par une égalité vectorielle (cas du milieu d'un segment, et du centre de gravité d'un triangle). • Appliquer la condition analytique de colinéarité des vecteurs pour démontrer l'alignement de trois points. • Savoir lier les coordonnées d'un point dans un repère à ses coordonnées dans un autre repère de même base (translation de repère). • Connaître le fait que les coordonnées d'un vecteur ne changent pas en passant d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ à un repère $(O'; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de même base. • Connaître les différents repères : - direct (indirect); - normé; - orthogonal; - orthonormal (ou orthonormé).	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.2. Barycentre.	1. Caractériser le barycentre de n points pondérés. 2. Déterminer les coordonnées du barycentre dans un repère du plan ou de l'espace. • Reconnaître les propriétés suivantes : - Si $\alpha + \beta = 0$, alors le vecteur $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\,\overrightarrow{MB}$ est indépendant de M ; - Si $\alpha+\beta+\gamma=0$, alors le vecteur $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\,\overrightarrow{MB}+\gamma\,\overrightarrow{MC}$ est indépendant de M ; - Si $\alpha+\beta+\gamma+\delta=0$, alors le vecteur $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\,\overrightarrow{MB}+\gamma\,\overrightarrow{MC}+\delta\,\overrightarrow{MD}$ est indépendant de M. • Identifier le barycentre G de deux points pondérés. • Connaître et utiliser les propriétés du barycentre G de deux points pondérés $A(\alpha)$ et $B(\beta)$; $(\alpha+\beta\neq 0)$: - G appartient à la droite (AB); - $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\,\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\,\overrightarrow{MG}$ pour tout point M. • Construire le barycentre G de deux points pondérés. • Identifier le barycentre d'un système de trois points pondérés. • Reconnaître et utiliser les propriétés du barycentre G de trois points pondérés $A(\alpha)$, $B(\beta)$ et $C(\gamma)$; $(\alpha+\beta+\gamma\neq 0)$: - G appartient au plan (ABC); - G est barycentre du système formé par l'un de ces points, affecté de son coefficient, et le barycentre des deux autres points, affecté de la somme de leurs coefficients. - $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\,\overrightarrow{MB}+\gamma\,\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\,\overrightarrow{MG}$ pour tout point M.	$n \leq 4$. Quoique élaboré initialement pour répondre aux besoins des physiciens, le calcul barycentrique est considéré comme un outil très efficace dans les démonstrations géométriques. On pourra l'utiliser pour simplifier les sommes vectorielles, pour démontrer l'alignement de plusieurs points ou pour démontrer que plusieurs droites sont concourantes. L'élève aura à lier l'existence et l'unicité du barycentre d'un système de points pondérés à la somme des coefficients associés à ces points. Il aura aussi à remarquer que, lorsqu'on multiplie tous ces coefficients par un même réel non nul, le barycentre ne change pas. L'élève profitera des barycentres partiels afin de construire le barycentre de trois ou quatre points pondérés, d'effectuer quelques démonstrations et de déterminer des lieux géométriques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Construire le barycentre G de trois points pondérés. • Identifier le barycentre de quatre points pondérés et utiliser ses propriétés. • Identifier l'isobarycentre de n points ($n \leq 4$) et le caractériser géométriquement dans les cas $n = 2$ et $n = 3$. • Déterminer les coordonnées du barycentre d'un système de points pondérés dans un repère. • Utiliser le barycentre partiel pour : construire un barycentre, montrer l'alignement de plusieurs points et montrer que plusieurs droites sont concourantes.	
2.3. Produit vectoriel.	1. Caractériser le produit vectoriel de deux vecteurs. 2. Connaître les propriétés du produit vectoriel. 3. Dégager un vecteur normal à un plan. • Reconnaître le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. • Caractériser la position du point C défini par $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ où O, A et B sont donnés. • Connaître et utiliser les propriétés suivantes : $P_1 : \vec{u} \wedge \vec{v} = - \vec{v} \wedge \vec{u}$; $P_2 : (\alpha \vec{u}) \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge (\alpha \vec{v}) = \alpha (\vec{u} \wedge \vec{v})$;	Les propriétés P_1 et P_4 seront vérifiées, alors que P_2 et P_3 seront admises. Le produit vectoriel d'un vecteur $\vec{u}$ par un vecteur $\vec{v}$ est noté $\vec{u} \wedge \vec{v}$ ou $\vec{u} \times \vec{v}$. L'élève utilisera le produit vectoriel surtout pour déterminer un vecteur normal à un plan et pour caractériser la colinéarité de deux vecteurs. Les expressions analytiques du produit vectoriel et leurs applications seront vues en troisième année secondaire.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	P_3 : $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \wedge \vec{v}) + (\vec{u} \wedge \vec{w})$; P_4 : $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$, si et seulement si les vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. • Utiliser la norme de $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ pour calculer l'aire du parallélogramme de côtés [OA] et [OB] et la distance d du point A à (OB). • Connaître et utiliser le fait que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OM}$ ne change pas lorsque M se déplace sur une droite parallèle à (OA). • Savoir dégager un vecteur normal à un plan défini par deux vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.	

3. ETUDE ANALYTIQUE (9 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Equation d'un cercle.	1. Caractériser l'équation cartésienne d'un cercle dans un repère orthonormé. 2. Lier le régionnement du plan d'un cercle à la puissance d'un point par rapport à un cercle. 3. Déterminer l'équation de la tangente au cercle menée d'un point de ce cercle. • Connaître et utiliser l'équation du cercle de centre $I\,(a\,;\,b)$ et de rayon R : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$. • Déterminer, par son équation, le centre et le rayon d'un cercle donné. • Caractériser le cercle de diamètre $[AB]$ comme étant l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}.\,\overrightarrow{BM}=0$. • Connaître et utiliser l'équation du cercle de diamètre $[AB]$: • $(x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)=0$. • Caractériser le disque comme étant l'ensemble des points $M\ (x; y)$ tels que : $(x-a)^2+(y-b)^2\le R^2$. • Calculer la puissance P d'un point M par rapport à un cercle $C\,(I; R)$ par la relation $P=\overline{MI}^2-R^2$. • Utiliser la puissance d'un point pour déterminer sa position par rapport à un cercle. • Etudier la position relative d'une droite et d'un cercle et déterminer leurs points d'intersection lorsque ceux-ci existent.	Le propos de ce chapitre est de traduire analytiquement, à l'aide du produit scalaire, les propriétés du cercle et les différentes positions d'une droite par rapport à un cercle, propriétés et positions déjà vues dans les classes antérieures. Le produit scalaire représente un outil pour trouver dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ l'équation d'un cercle de centre I et de rayon R, ou le cercle de diamètre $[AB]$. La notion de puissance d'un point par rapport à un cercle est utilisée pour déterminer la position d'un point par rapport à ce cercle; elle permet aussi d'identifier un quadrilatère inscriptible. Il est conseillé de faire le lien entre: - l'intersection d'une droite et d'un cercle avec la résolution d'une équation du second degré; - l'équation d'un cercle passant par trois points donnés avec la résolution d'un système d'équations du premier degré. Dans un cercle de centre I et passant par un point M, le mot "rayon" peut désigner indifféremment le segment $[IM]$ ou sa longueur. On familiarisera l'élève avec différentes méthodes pour trouver l'équation de la tangente menée d'un point à un cercle. Les lignes de niveau de $\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=k^2$ et $\dfrac{MA}{MB}=k$ sont des activités d'application souhaitables.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Déterminer l'équation de la tangente à un cercle menée d'un point de ce cercle. • Déterminer les équations des tangentes à un cercle menées d'un point extérieur à ce cercle.	
3.2. Produit scalaire dans l'espace.	1. Trouver l'expression analytique du produit scalaire dans un repère orthonormé dans l'espace. 2. Calculer la norme d'un vecteur, la distance de deux points et le cosinus de l'angle de deux vecteurs. Dans ce chapitre, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. • Connaître et utiliser l'expression analytique $XX' + YY' + ZZ'$ du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{V}(X, Y, Z)$ et $\vec{V'}(X', Y', Z')$. • Connaître la condition d'orthogonalité de deux vecteurs $\vec{V}(X, Y, Z)$ et $\vec{V'}(X', Y', Z')$ sous sa forme analytique : $XX' + YY' + ZZ' = 0$. • Calculer analytiquement la norme $\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ d'un vecteur $\vec{V}(X, Y, Z)$. • Calculer la distance de deux points $A_1(x_1, y_1, z_1)$ et $A_2(x_2, y_2, z_2)$ en utilisant la relation : $A_1A_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$. • Connaître et utiliser la relation $\cos(\vec{V}, \vec{V'}) = \dfrac{\vec{V}.\vec{V'}}{\lVert\vec{V}\rVert.\lVert\vec{V'}\rVert}$.	Il est important de rappeler la définition et les propriétés du produit scalaire dans le plan (première année secondaire), et cela afin d'introduire le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace. En se donnant un point A déterminé et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ tels que : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$, on passe du cadre espace à celui du plan (ABC). Le produit scalaire est utilisé, aussi bien dans l'espace que dans le plan, pour démontrer l'orthogonalité de deux droites, pour calculer les distances et les angles et pour trouver quelques lieux géométriques. Il est souhaitable de caractériser un plan et une sphère respectivement par $\vec{u}.\overrightarrow{AM} = 0$ et $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$. On tiendra à exposer des problèmes qui mettent en valeur le produit scalaire comme outil facilitant les démonstrations.

4. TRANSFORMATIONS PLANES (16 h)

Dans le cycle moyen, les transformations ont été présentées sous un aspect expérimental, comme relation entre un état initial et un état final d'une figure plane déplacée. Dans le secondaire, une transformation est considérée comme une application bijective dans le plan. L'élève remarquera donc que chaque point du plan a une image et pas seulement les points qui sont représentés sur la figure donnée. On s'appuiera sur les propriétés des bijections pour montrer que la composée de deux transformations est une transformation, et que la transformation réciproque est également une transformation. On se basera sur le fait que les transformations étudiées cette année sont des isométries pour démontrer les propriétés de conservation (alignement, parallélisme, angles, aires, ...) et leurs conséquences.

Dans l'étude d'une transformation, on traitera :

- la construction de l'image d'un point et d'une figure;
- l'effet de chacune des transformations sur le parallélisme, le barycentre, les angles, les distances et les aires;
- la recherche, dans le cas de deux figures isométriques données, d'une isométrie transformant l'une en l'autre.

Les transformations seront étudiées en vue d'être utilisées comme outils dans la résolution de problèmes de configurations géométriques, de construction et de lieux géométriques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Isométrie. Translation.	1. Caractériser une isométrie. 2. Caractériser une translation. 3. Etudier l'effet d'une translation sur les figures géométriques. • Reconnaître une transformation (ponctuelle) dans un plan . • Définir l'isométrie (conservation des distances). • Reconnaître une isométrie. • Reconnaître une translation $t_{\vec{V}}$ de vecteur $\vec{V}$. • Reconnaître la translation particulière de vecteur nul. • Savoir que la composée d'une translation $t_{\vec{V}}$ suivie d'une translation $t_{\vec{V}}$ est la translation $t_{\vec{V}+\vec{V'}}$.	L'élève sait déjà translater une figure du plan en la faisant glisser dans une direction donnée, dans un sens donné et d'une distance donnée; d'où le lien établi entre translation et vecteur. On dégagera les propriétés d'une translation à partir de celles des bijections et des vecteurs. On insistera sur la liaison entre somme vectorielle et composée de deux translations . On notera $t_{\vec{V}}$ la translation de vecteur $\vec{V}$. Il est conseillé d'initier l'élève à faire apparaître une translation convenable dans des configurations géométriques contenant des figures clés (parallélogramme, cercles de même rayon ....).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître $t_{-\vec{V}}$ la translation réciproque de $t_{\vec{V}}$. • Connaître et utiliser les propriétés de la translation : P_1 : elle conserve les distances (isométrie); P_2 : elle conserve l'alignement; P_3 : elle conserve le parallélisme; P_4 : elle conserve le milieu d'un segment; P_5 : elle conserve la mesure des angles orientés; P_6 : elle conserve l'orthogonalité; P_7 : elle conserve les aires; P_8 : elle conserve le barycentre.	
4.2. Rotation plane.	1. Caractériser une rotation plane. 2. Etudier l'effet d'une rotation plane sur les figures géométriques planes. • Reconnaître la rotation $r(O, \alpha)$ de centre O, d'angle α. • Connaître et utiliser le fait que l'image par $R(O, \alpha)$, du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur $\overrightarrow{A'B'}$ tel que $A'B' = AB$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) = \alpha + 2k\pi$, $k \in Z$. • Déterminer l'image par $r(O, \alpha)$ d'un point, d'une droite, d'un vecteur et d'un cercle. • Connaître et utiliser les propriétés de la rotation : P_1 : elle conserve les distances (isométrie); P_2 : elle conserve l'alignement; P_3 : elle conserve le milieu; P_4 : elle conserve le parallélisme; P_5 : elle conserve les angles orientés; P_6 : elle conserve l'orthogonalité; P_7 : elle conserve les aires; P_8 : elle conserve le barycentre.	Le plan étant rapporté à un plan orienté, l'élève aura à maîtriser les connaissances trigonométriques relatives aux angles orientés afin de pouvoir aborder les rotations. Il est important de noter que le centre d'une rotation (point invariant) n'est pas nécessairement un point de la figure en question. On notera $r(O, \alpha)$ la rotation de centre O, d'angle α. Il est conseillé d'initier l'élève à faire apparaître une rotation convenable dans des configurations géométriques contenant des figures clés (triangle équilatéral, carré, cercles de même rayon) et de s'en servir pour résoudre des problèmes de géométrie. On dégagera les propriétés d'une rotation à partir de celles des bijections et des angles orientés. On insistera sur la liaison entre la somme des angles orientés et la composée de deux rotations de même centre.

<table>
<tr><th>CONTENU</th><th>OBJECTIFS</th><th>COMMENTAIRES</th></tr>
<tr><td></td><td>• Reconnaître $r(O, -\alpha)$ comme étant la rotation réciproque de $r(O, \alpha)$.
• Savoir que la composée d'une rotation $r(O, \alpha)$ suivie d'une rotation $r(O, \alpha')$, de même centre O, est la rotation $r(O, \alpha+\alpha')$.</td><td>On traitera la symétrie centrale comme rotation d'angle π. La composée de deux rotations de centres distincts est hors programme.</td></tr>
<tr><td>4.3. Réflexion.</td><td>1. Caractériser une réflexion.
2. Etudier l'effet d'une réflexion sur les figures géométriques planes.
• Reconnaître une réflexion s_D d'axe (D).
• Déterminer l'image par s_D d'un point, d'une droite, d'un segment et d'un cercle.
• Connaître et appliquer les propriétés de la réflexion:
P_1 : elle conserve les distances (isométrie);
P_2 : elle conserve le parallélisme;
P_3 : elle conserve le milieu d'un segment;
P_4 : elle conserve l'alignement;
P_5 : elle conserve les angles géométriques;
P_6 : elle conserve l'orthogonalité;
P_7 : elle conserve les aires;
P_8 : elle conserve le barycentre .
• Savoir que la composée d'une réflexion avec elle-même laisse invariant tout point du plan (involution).
• Reconnaître et construire l'axe de symétrie de quelques figures.
• Reconnaître la composée de deux réflexions d'axes (D) et (D') :
• Cas où (D) est parallèle à (D');
• Cas où (D) et (D') sont sécantes.</td><td>On pourra utiliser le terme “symétrie axiale” ou “orthogonale” au lieu de “réflexion”.
A partir d'activités appropriées, l'élève sera amené à dégager les propriétés d'une réflexion et à mettre en évidence, par exemple, que l'image de la main “gauche” est une main “droite”.
Il est important de noter que, contrairement au cas des translations et des rotations, la composée de deux réflexions n'est pas une réflexion, puisque la réflexion est une involution.
En guise d'activités, on pourra appliquer séparément, à une même figure, une symétrie centrale et une réflexion, cela surtout afin d'étudier leurs effets sur les angles orientés.
On notera par :
- s_D la réflexion d'axe (D);
- $s_D(A)$ le symétrique de A par rapport à (D).
On fera le lien entre l'axe de symétrie (D) d'une figure (F) et la réflexion s_D, en remarquant que l'image de (F) est invariante par s_D, en particulier dans les cas suivants: diamètre d'un cercle, bissectrice d'un angle, médiatrice d'un segment...</td></tr>
</table>

ANALYSE (FONCTIONS NUMERIQUES) **(42 h)**

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (14h)

L'analyse, au niveau de cette classe, est surtout axée sur l'étude des fonctions qui sont principalement rationnelles et irrationnelles simples.
L'usage de la calculatrice graphique est souhaitable en classe pour contrôler le tracé de la courbe représentative. L'utilisation, s'il est disponible, d'un logiciel informatique approprié est souhaitable.
Est souhaitable également une approche intuitive des limites. Comme les fonctions étudiées en cette année sont toutes continues sur leur ensemble de définition, il est préférable d'insister sur la signification graphique de la continuité. La notion de prolongement par continuité sera donnée dans une classe ultérieure.
Il est bon d'insister sur la signification pratique de la dérivée en géométrie, en cinématique et en économie.
Pour les suites numériques, il s'agit de familiariser les élèves avec des situations simples. Tout exposé général sur les suites est à exclure. La limite d'une suite sera étudiée ultérieurement.
Le calcul des primitives sera étudié uniquement comme opération réciproque de la dérivation.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Limite d'une fonction. Asymptotes.	1. Identifier la limite d'une fonction f en un point a et à l'infini. 2. Connaître les limites des fonctions usuelles. 3. Reconnaître si une fonction possède une asymptote verticale, horizontale ou oblique. 4. Enoncer et utiliser les propriétés des limites. 5. Reconnaître une forme indéterminée et lever l'indétermination. • Connaître le fait que $\lim_{x\to a} f(x)$ n'a de sens que si f est définie sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne. • Connaître le fait que, pour les fonctions usuelles, $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ où a est dans leur domaine de définition.	On montrera à l'aide d'exemples graphiques comment une fonction tend vers une limite L lorsque x tend vers un point a. La recherche des asymptotes obliques sera limitée aux fonctions rationnelles. On exploitera la forme $f(x) = L + \varphi(x)$ avec $\lim_{x\to a} \varphi(x) = 0$ où a désigne l'un des symboles $+\infty$ ou $-\infty$ pour préparer l'étude des asymptotes. On insistera sur le rôle des asymptotes verticales pour différencier $\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$. On fera remarquer au moyen d'exemples numériques que si $f(x) > g(x)$, alors $\lim_{x\to a} f(x) \geq \lim_{x\to a} g(x)$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ dans des cas simples. • Connaître les équivalences des écritures suivantes: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-L)=0$ $f(x)=L+\varphi(x)$ avec $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=0$ où a désigne l'un des symboles $+\infty$ ou $-\infty$. • Savoir que $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ n'existe pas nécessairement. • Calculer $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ lorsque a est une borne de l'ensemble de définition de f. • Interpréter géométriquement en terme d'asymptote $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$. • Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ dans des cas simples. • Interpréter en terme d'asymptote $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=L$ où L est un réel. • Interpréter géométriquement en terme d'asymptote $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(ax+b))=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(ax+b))=0$. • Connaître le comportement d'une fonction polynôme ou d'une fraction rationnelle au voisinage de l'infini. • Déterminer l'équation de l'asymptote oblique dans le cas d'une fonction rationnelle.	On notera l'existence de fonctions n'admettant pas de limites en $+\infty$ ou $-\infty$. Les formes indéterminées considérées seront toutes traitées par factorisation ou simplification. On montrera géométriquement que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, où la mesure de x est exprimée en radian.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser la limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient de deux fonctions. • Reconnaître les formes indéterminées et lever l'indétermination. • Savoir que si $f(x) \geq g(x)$ sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne, alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) \geq \lim\limits_{x \to a} g(x)$. • Savoir que si $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$ sur un intervalle contenant a ou admettant a comme borne, et si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = \lim\limits_{x \to a} v(x) = L$, alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$. • Savoir que si $g(x) \leq f(x)$ et a est une borne de l'ensemble de définition de f et g, alors: $\lim\limits_{x \to a} g(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} g(x) = -\infty$.	
1.2. Suites numériques. Suites arithmétiques. Suites géométriques.	1. Identifier une suite de réels définie par la donnée de son terme général ou par une relation de récurrence. 2. Enoncer le principe de récurrence et l'utiliser pour trouver le terme général d'une suite définie par une relation de récurrence du premier ordre. 3. Caractériser une suite croissante ou décroissante. 4. Caractériser une suite arithmétique par son premier terme et sa raison. 5. Calculer le terme général d'une suite arithmétique et la somme de ses n premiers termes.	Une suite de terme général U_n sera notée (U_n). Une suite récurrente (U_n) sera donnée par $\begin{cases} \text{son premier terme} \\ U_{n+1} = f(U_n). \end{cases}$ Il est à noter que la donnée de U_o et d'une relation $U_{n+1} = f(U_n)$ ne permet pas toujours de définir une suite (U_n). La convergence des suites ne fait pas partie du programme de cette classe. On attirera l'attention de l'élève sur l'importance de la condition initiale dans le raisonnement par récurrence (une propriété peut être héréditaire sans qu'elle soit vraie).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	6. Caractériser une suite géométrique par son premier terme et sa raison. 7. Calculer le terme général d'une suite géométrique et la somme de ses n premiers termes. • Reconnaître une suite numérique comme étant une application d'une partie de **N** dans **R**. • Calculer des termes d'une suite numérique. • Connaître et utiliser le principe de raisonnement par récurrence. • Etudier le sens de variation d'une suite numérique par : - le signe de $U_{n+1} - U_n$; - la comparaison de $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1 si les termes de la suite sont strictement positifs; - la variation de la fonction f si f est définie sur $[0,+\infty[$ et $U_n = f(n)$. • Reconnaître une suite arithmétique par son premier terme et sa raison. • Calculer le terme général d'une suite arithmétique. • Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique. • Reconnaître une suite géométrique par son premier terme et sa raison. • Calculer le terme général d'une suite géométrique. • Calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique.	On remarquera que le calcul des premiers termes d'une suite ne permet pas d'en conclure le comportement global de la suite; il permet, en revanche, de conjecturer. Les formules des suites arithmétiques et géométriques serviront de modèles pour l'apprentissage du raisonnement par récurrence. Il est important d'initier l'élève aux techniques spécifiques des suites en les appliquant à des questions déjà abordées avec les fonctions : croissance, décroissance, etc.

2. CONTINUITE ET DERIVATION (22h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Continuité.	1. Définir la continuité d'une fonction en un point. 2. Reconnaître une fonction continue sur un intervalle donné. 3. Déterminer les intervalles de continuité des fonctions usuelles. • Savoir qu'une fonction f définie dans un intervalle contenant le nombre a est continue en a si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$. • Reconnaître graphiquement une fonction continue sur un intervalle inclus dans son domaine de définition. • Savoir que toutes les fonctions usuelles sont continues sur tout intervalle de leur domaine de définition.	Les notions de continuité à gauche et à droite ne font pas partie du programme. La continuité étant une notion difficile à comprendre analytiquement, elle ne sera approchée cette année que graphiquement. On admettra la continuité des fonctions étudiées sur leur ensemble de définition.
2.2. Dérivée d'une fonction en un point.	1. Définir la dérivée d'une fonction en un point et en donner une interprétation géométrique et une interprétation cinématique. • Reconnaître le taux d'accroissement de f en a : $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, et interpréter son signe. • Savoir que la dérivée de f en a est le nombre $A = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ lorsque cette limite existe.	Afin d'introduire la notion du nombre dérivé en un point, on demandera à l'élève de calculer des limites des taux de variations de fonctions simples. La notion de dérivation en un point admet trois aspects inséparables: • L'aspect géométrique, qui conduit à la notion de tangente. • L'aspect numérique, qui introduit l'approximation d'une fonction numérique au voisinage d'un point par une fonction affine. • L'aspect cinématique lié au concept de la vitesse instantanée.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que le nombre dérivé de f en a est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point $(a, f(a))$ et que l'équation de la tangente en ce point est : $y - f(a) = A\,(x - a)$. • Savoir que la vitesse instantanée au temps t_0 d'un mobile M, dont la loi horaire est donnée par $t \mapsto f(t)$, est la dérivée de f en t_0. • Savoir que, si la limite du taux d'accroissement de f en a est infinie, la tangente au graphique au point $(a, f(a))$ est parallèle à l'axe des y. • Savoir que, si la dérivée de f en a est nulle, la tangente au graphique au point $(a, f(a))$ est parallèle à l'axe des x.	On insistera sur l'aspect géométrique et on traitera les deux autres aspects par des activités d'application directe. On ne manquera pas d'étudier la position relative d'une courbe et de sa tangente en un point.
2.3. Fonction dérivée.	1. Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions usuelles.. 2. Enoncer et utiliser les théorèmes de dérivation. • Reconnaître une fonction dérivable sur un intervalle. • Calculer la dérivée des fonctions usuelles. • Connaître et utiliser la dérivée de $(u + v)$, $(u \cdot v)$, (au), $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{v}$, u^n, où u et v sont des fonctions dérivables. • Savoir que le domaine de définition de f' est inclus dans celui de f mais ne lui est pas toujours égal.	On dégagera, à partir d'activités appropriées, les formules de dérivation que l'élève devra mémoriser. La fonction dérivée sera surtout utilisée pour l'étude des fonctions. On veillera à ne pas choisir, pour ce travail, des fonctions de forme compliquée. Bien que l'étude de la dérivation ne soit pas une fin en soi, il est souhaitable de multiplier les exercices afin d'amener l'élève à une parfaite maîtrise de ce calcul.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser le fait qu'une fonction dérivable sur un intervalle est croissante (resp. décroissante) sur cet intervalle, si sa fonction dérivée est positive (resp. négative); et que la dérivée d'une fonction constante est nulle. • Savoir que, si f' s'annule en changeant de signe en a, alors $f(a)$ est un extremum local pour f. • Reconnaître graphiquement une fonction continue et non dérivable en un point.	
2.4. Etude des fonctions. Fonctions polynômes, fonctions rationnelles.	1. Etudier et représenter graphiquement une fonction rationnelle et une fonction irrationnelle de la forme $x \mapsto \sqrt{ax+b}$. • Trouver le domaine de définition d'une fonction s'il n'est pas donné. • Réduire, si cela est possible, le domaine d'étude par des considérations de parité. • Vérifier qu'un point donné est un centre de symétrie de la courbe représentative d'une fonction et qu'une droite parallèle à l'axe des y est un axe de symétrie de cette courbe. • Etudier les limites aux bornes ouvertes des intervalles du domaine de définition ou d'étude pour trouver les asymptotes.	Bien que l'étude des fonctions, dans le programme de cette année, apparaisse comme une fin en soi, il ne faut pas perdre de vue que cette étude est très utile et efficace dans la résolution approchée des équations, les problèmes d'optimisation et la comparaison de fonctions. Il est donc souhaitable que les problèmes ne se limitent pas à la seule étude d'une fonction donnée, mais qu'ils s'étendent à des situations tirées des autres disciplines et surtout de la géométrie. Si une calculatrice programmable est disponible, il serait bon d'en profiter pour familiariser l'élève avec la recherche d'une solution approchée d'une équation de la forme $f(x) = 0$ par la méthode de dichotomie ou de balayage. On se limitera aux fonctions rationnelles de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$ avec $\deg(P(x)) - \deg(Q(x)) \leq 1$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Retrouver l'asymptote oblique d'une fonction rationnelle ou la vérifier lorsqu'elle est suggérée. • Etudier la position de la courbe par rapport à son asymptote. • Etudier la position d'une courbe (C) représentant une fonction f par rapport à la tangente en un point de (C). • Calculer la dérivée et déterminer son signe. • Dresser le tableau de variation résumant l'étude de la fonction. • Tracer la courbe représentative de la fonction.	Pour une bonne initiation à la variation d'une fonction, il serait bon de tracer sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions f et f' et de lire les variations de f en fonction du tracé de f'. L'étude des fonctions telles que $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto \lvert x^2 - 1 \rvert$ permettra d'introduire la notion de tangente verticale.

3. INTEGRATION (6h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.	1. Identifier le passage d'une fonction à une primitive comme une opération réciproque de la dérivation. 2. Savoir qu'une fonction constante est une primitive de la fonction nulle, et en déduire la relation qui lie deux primitives d'une même fonction sur un intervalle I. 3. Citer les primitives des fonctions usuelles et vérifier chacune d'elles. 4. Utiliser la linéarité dans le calcul des primitives.	On utilisera $\int f(x)dx$ pour noter une primitive définie à une constante près de la fonction f. L'élève apprendra le calcul de la primitive qui vérifie une condition donnée. On calculera des primitives pour des fonctions simples obtenues par combinaisons linéaires de fonctions usuelles et de fonctions trigonométriques simples. Les primitives des fonctions rationnelles ne sont pas au programme.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître la définition d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle I. • Savoir qu'une fonction constante est une primitive de la fonction nulle. • Savoir que, sur un intervalle I, deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. • Savoir qu'une fonction continue sur un intervalle I admet une infinité de primitives. • Connaître les primitives des fonctions f définies sur un intervalle I par les expressions : x^n $(n \neq -1)$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$; $\sqrt{x}$; $cosx$; $sinx$; $\frac{1}{cos^2x}$; $\frac{1}{sin^2x}$; $cosax$; $sinax$ $(a \neq 0)$ • Trouver la primitive d'une fonction vérifiant une condition donnée. • Calculer une primitive d'une fonction en la décomposant en somme de fonctions dont on connaît des primitives . • Savoir que kF est une primitive de kf où F est une primitive de f et k une constante. • Linéariser un polynôme trigonométrique pour calculer ses primitives.	On admettra que toute fonction continue sur un intervalle I a une primitive sur I.

TRIGONOMETRIE (15 h)

1. LIGNES TRIGONOMETRIQUES (4 h)

La notion d'angle orienté, apparemment peu importante en géométrie classique, trouve son champ d'application en trigonométrie et dans l'étude des transformations; ainsi on parlera de transformations qui conservent les angles orientés et de transformations qui ne les conservent pas.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Angle orienté de deux vecteurs.	1. Définir l'angle de deux vecteurs unitaires, de deux vecteurs quelconques non nuls. Mesure principale. Angle nul. 2. Additionner deux angles et utiliser la relation de Chasles. 3. Mesurer l'angle orienté de deux vecteurs. 4. Définir les coordonnées polaires d'un point du plan par rapport à un axe polaire $(O,\vec{i})$. • Reconnaître l'angle de deux vecteurs unitaires. • Reconnaître l'angle de deux vecteurs. • Calculer la mesure principale de l'angle de deux vecteurs. • Connaître la relation de Chasles relative aux angles orientés. • Savoir que : $(\vec{v},\vec{u}) = -(\vec{u},\vec{v}) + 2k\pi$ $(-\vec{u},\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v}) + \pi + 2k\pi$ $(-\vec{u},\vec{u}) = \pi + 2k\pi$ $(\vec{u},\vec{v}) = (-\vec{u},-\vec{v}) + 2k\pi = (\alpha\vec{u},\alpha\vec{v}) + 2k'\pi;\quad \alpha \in R^*$ $(\vec{u},\vec{u}) = 0 + 2k\pi$.	Le passage du calcul sur les angles géométriques au calcul sur les angles orientés présente quelques diffculés pour l'élève. Cependant, l'introduction de l'angle orienté de deux vecteurs à partir de celui de deux vecteurs unitaires et la gestion des connaissances de l'élève sur les arcs orientés faciliteront sa tâche. Notons que la notion d'angle orienté de deux vecteurs permet de renforcer les propriétés des rotations. On notera $(\vec{u},\vec{v})$ l'angle orienté de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ainsi que la mesure de cet angle. On dit qu'un triangle ABC est direct si la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est strictement positive.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que, si A, B et C sont trois points distincts, alors : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \pi + 2k\pi$. • Reconnaître une base directe. • Connaître les formules de passage des coordonnées polaires d'axe $(O, \vec{i})$ aux coordonnées cartésiennes dans le repère orthonormal direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et réciproquement.	
1.2. Formules trigonométriques usuelles.	1. Connaître et utiliser les formules trigonométriques usuelles. • Connaître les formules d'addition donnant : $\cos(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$. • Calculer $\cos^2 a$ et $\sin^2 a$ en fonction de $\cos 2a$. • Connaître et utiliser les formules donnant $\tan(a + b)$, $\tan(a - b)$, $\tan 2a$ en fonction de $\tan a$ et $\tan b$. • Connaître et utiliser les formules donnant $\sin a$, $\cos a$ et $\tan a$ en fonction de $\tan\frac{a}{2}$. • Connaître et utiliser les formules de transformation de : $\sin p + \sin q$, $\sin p - \sin q$, $\cos p + \cos q$ et $\cos p - \cos q$.	Les formules d'addition, de duplication de l'arc, de linéarisation et de transformation viennent compléter les premières notions de trigonométrie étudiées en première année secondaire. Il est souhaitable, pour faciliter la mémorisation, que l'élève retrouve toutes les formules à partir d'une seule. Il pourra aussi retrouver les formules concernant les arcs associés à un arc donné. Bien que les relations métriques dans le triangle ne soient qu'au programme de l'année suivante, il est bon de pratiquer, dès cette année, des activités géométriques qui montrent l'utilité et l'efficacité des formules trigonométriques.

2. EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES (7 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Résolution des équations de la forme $sin\ x = a$, $cos\ x = a$, $tan\ x = a$.	1. Résoudre et discuter ces équations. • Savoir que $sin\ x = a$ et $cos\ x = a$ n'ont de solutions que si $-1 \leq a \leq +1$. • Résoudre les équations de la forme $sin\ x = sin\ \alpha$ et $cos\ x = cos\ \alpha$. • Résoudre les équations de la forme $sin\ x = a$ et $cos\ x = a$ pour un réel remarquable a, c'est-à-dire $\lvert a \rvert \in \{0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\}$. • Utiliser la calculatrice pour trouver une solution approchée d'une équation de la forme $sin\ x = a$ et $cos\ x = a$ pour un réel a quelconque et compléter la résolution dans **R** ou dans un intervalle indiqué. • Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre l'équation $sin\ x = a$ et $cos\ x = a$ où a est un réel. • Résoudre les équations de la forme $tan\ x = tan\ \alpha$. • Résoudre des équations de la forme $tan\ x = a$ avec $\lvert a \rvert \in \{0, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}, 1\}$. • Utiliser la calculatrice pour trouver une solution approchée de l'équation $tan\ x = a$ et compléter la résolution dans **R** ou dans un intervalle donné. • Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre l'équation $tan\ x = a$.	

3. FONCTIONS CIRCULAIRES (4 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Etude des fonctions circulaires.	1. Faire apparaître la périodicité et la parité des fonctions circulaires. 2. Etudier la continuité et la dérivabilité des fonctions circulaires. 3. Etudier et représenter graphiquement les fonctions circulaires. • Savoir que les fonctions *sinus* et *cosinus* sont définies, continues et dérivables dans **R**. • Savoir que les fonctions *sinus* et *cosinus* sont périodiques et de période 2π. • Reconnaître la parité des fonctions *sinus* et *cosinus*. • Connaître et utiliser les fonctions dérivées de *sinus* et de *cosinus*. • Savoir que la fonction *cosinus* est décroissante sur $[0; \pi]$. • Savoir que la fonction *sinus* est croissante sur $[0; \pi/2]$ et décroissante sur $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$. • Représenter graphiquement les fonctions *sinus* et *cosinus*. • Savoir que la fonction *tangente* est définie, continue et dérivable pour tout réel x différent de $(2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$. • Savoir que la fonction *tangente* est périodique et de période π. • Savoir que la fonction *tangente* est impaire.	Les fonctions circulaires ne doivent pas être étudiées en dehors des fonctions en général; d'autant plus que leur étude fournit à l'élève un grand nombre d'exemples de fonctions simples sur la parité et la périodicité. Cette étude permettra aussi d'affiner la résolution des équations trigonométriques simples.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser la fonction dérivée de la fonction *tangente*. • Savoir que la fonction *tangente* est croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, que $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{\pi}{2} \\ x > -\frac{\pi}{2}}} \tan x = -\infty$ et que $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{2} \\ x < \frac{\pi}{2}}} \tan x = +\infty$, et qu'elle admet les droites d'équations $x = -\frac{\pi}{2}$ et $x = \frac{\pi}{2}$ comme asymptotes. • Représenter graphiquement la fonction *tangente* sur $]-\frac{\pi}{2};+\frac{\pi}{2}[$. • Savoir que la fonction *cotangente* est décroissante sur $]0, \pi[$, que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \cot x = +\infty$ et que $\lim\limits_{\substack{x \to \pi \\ x < \pi}} \cot x = -\infty$, et qu'elle admet les droites d'équations $x = 0$ et $x = \pi$ comme asymptotes.	

STATISTIQUE ET PROBABILITE (20 h)

1. STATISTIQUE (8 h)

Il s'agit, dans cette classe, de travailler sur des séries statistiques à variable continue.
Les séries statistiques à variable discrète ayant déjà été traitées en première année secondaire, l'élève doit à présent être amené à maîtriser le passage d'une variable discrète à une variable continue.

On fera remarquer qu'un regroupement en classes ou intervalles conduit à une perte d'informations. En revanche, plusieurs regroupements différents pour une même série statistique donnent une idée plus claire de l'étude en cours.
Il est à noter que si les représentations graphiques (histogrammes et polygones) ne suffisent pas pour tout expliquer, elles permettent, toutefois, d'éclaircir certains aspects de l'étude en cours.
Il est souhaitable, pour la motivation des élèves, que les exemples proposés soient authentiques et étroitement liés aux domaines scientifiques, économiques et sociaux.
L'utilisation de la calculatrice est à conseiller.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Variable continue; répartition en classes.	1. Proposer, pour une même série statistique, des regroupements différents, mieux adaptés à l'étude en cours. • Déterminer un intervalle $[a, b]$ de **R** qui contient toutes les valeurs prises par le caractère. • Reconnaître une classe et déterminer son centre. • Choisir une partition de $[a, b]$ en un nombre fini d'intervalles (classes) à amplitude égale. • Effectuer, pour une même série, plusieurs regroupements en classes. • Passer d'un caractère quantitatif discret, en regroupant par classes, à un caractère quantitatif continu.	On se limitera à des classes à amplitudes égales. On admettra que, dans chaque classe ou intervalle, les effectifs sont régulièrement répartis. Les limites des classes doivent être des valeurs simples (non fractionnaires). Le nombre de classes à adopter dépend du phénomène étudié, de la précision, de la mesure que l'on désire atteindre et de l'effectif de la population étudiée. Lorsque la première et la dernière classe ne sont pas bien déterminées, on leur attribuera des classes ayant même intervalle que les autres.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Séries statistiques des effectifs et des fréquences; histogramme, polygones.	1. Représenter les effectifs et les fréquences par des histogrammes et des polygones. • Traduire des données dans un tableau d'effectifs et de fréquences. • Représenter les effectifs et les fréquences par un histogramme et un polygone. • Lire un graphique d'effectifs.	La représentation graphique doit se faire dans le plan en coordonnées cartésiennes et à échelle verticale dite arithmétique. Elle doit être claire et simple pour visualiser rapidement l'allure générale du phénomène étudié. Elle peut servir à compléter et à traduire un tableau d'effectifs et de fréquences. Elle se prête aux comparaisons avec des phénomènes similaires. On doit éviter un graphique compliqué et surchargé de renseignements.
1.3. Séries statistiques des effectifs et des fréquences cumulés; histogramme, polygones.	1. Calculer les effectifs et les fréquences cumulés et les représenter graphiquement. • Dresser le tableau des effectifs cumulés. • Dresser le tableau des fréquences cumulées. • Représenter les effectifs cumulés et les fréquences cumulées par un histogramme et un polygone. • Lire un graphique d'effectifs cumulés.	La courbe des fréquences cumulées peut être représentée sur le même graphique que l'histogramme dans le seul cas où l'on peut graduer les axes (amplitude des classes égales).

2. PROBABILITE (12 h)

La notion de probabilité doit être introduite d'une façon intuitive. On évitera tout exposé théorique. Il s'agit d'entraîner les élèves à décrire une expérience aléatoire simple.
Le but et l'ambition du calcul des probabilités est de prévoir et calculer des résultats de situations dues au hasard, lequel intervient continuellement dans la vie courante.
De nos jours, le calcul des probabilités est utilisé dans divers domaines: sondages, assurances, météorologie, biologie, physique, etc.
Il est souhaitable de lier les probabilités aux statistiques par le rapprochement entre fréquence et probabilité.
Les situations proposées doivent être simples et ne pas comporter de difficultés combinatoires.
Il est conseillé d'utiliser la calculatrice.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Notion de probabilité.	1. Estimer la valeur de la probabilité d'un événement et vérifier expérimentalement cette estimation. • Savoir estimer la valeur de la probabilité d'une situation donnée. • Vérifier par l'expérience cette estimation.	On doit initier l'élève à décrire quelques expériences aléatoires de la vie courante en utilisant soit un tableau, soit un arbre pour estimer la valeur de la probabilité. Un événement doit être défini avec précision, sa réalisation ne doit comporter aucune ambiguïté.
2.2. L'univers des possibles. Cas d'événements équiprobables.	1. Définir les termes : éventualité, événement, univers des possibles, événement certain, événement impossible, événements équiprobables. • Reconnaître une éventualité. • Reconnaître un événement, un événement élémentaire. • Reconnaître l'univers des possibles Ω. • Reconnaître un événement certain, un événement impossible $\varnothing$. • Reconnaître les événements équiprobables.	On notera Ω l'événement certain et $\varnothing$ l'événement impossible.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Propriétés de la probabilité.	1. Calculer la probabilité d'un événement en utilisant les propriétés fondamentales de la probabilité. • Reconnaître la probabilité de l'événement certain comme étant égale à 1 ($P(\Omega)=1$). • Savoir que si $A \neq \varnothing$ alors $P(A) > 0$. • Savoir que si A est l'événement impossible, alors $P(A) = 0$. • Savoir que si $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, alors $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \ldots + P(a_n)$ • Savoir que pour tout événement A on a : $0 \leq P(A) \leq 1$.	On remarquera que, pour un événement A, la formule $P(A) = \dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$ n'est vraie que lorsqu'il y a équiprobabilité.
2.4. Calcul de probabilités : événement (A et B), événement (A ou B), événements incompatibles, événements contraires.	1. Différencier ces événements et effectuer des calculs. • Reconnaître l'événement (A et B). • Reconnaître l'événement (A ou B). • Reconnaître deux événements incompatibles. • Reconnaître deux événements contraires. • Savoir que si A et B sont incompatibles, alors $P(A$ et $B) = 0$ et $P(A$ ou $B)=P(A)+P(B)$. • Savoir que, pour deux événements quelconques A et B, $P(A$ ou $B)= P(A) + P(B) - P(A$ et $B)$. • Connaître que si A et $\overline{A}$ sont deux événements contraires, alors: $P(A)+P(\overline{A})=1$.	On rappellera les acquis précédents en les prolongeant par les formules $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ et $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ qui ne sont vraies que dans le cas où A et B sont des parties d'un même univers Ω. On utilisera les formules des arrangements et des permutations.

MATHEMATICS CURRICULUM

Decree no. 10227 - Date 8th May, 1997.

(Details of contents - Second year of each cycle)

(French - English - Arabic)

TABLE OF CONTENTS

	PAGES
BASIC EDUCATION	
ELEMENTARY EDUCATION	
FIRST CYCLE	
SECOND YEAR	
ARITHMETIC AND ALGEBRA	
1. NATURAL NUMBERS	208
2. ADDITION	210
3. SUBTRACTION	211
4. MULTIPLICATION	212
5. DIVISION	213
GEOMETRY	
1. LOCALIZATION AND REFERENCE	214
2. SOLID BODIES	214
3. PLANE FIGURES	215
4. TRANSFORMATIONS	216
MEASURE	
1. LENGTH	217
2. MASS	218
SECOND CYCLE	
FIFTH YEAR	
ARITHMETIC AND ALGEBRA	
1. NATURAL NUMBERS	219
2. FRACTIONS	221
3. DECIMALS	222
4. ADDITION	223
5. SUBTRACTION	224
6. MULTIPLICATION	225
7. DIVISION	226

GEOMETRY
1. LOCALIZATION AND REFERENCE 227
2. SOLID BODIES 227
3. PLANE FIGURES 228
4. TRANSFORMATIONS 229

MEASURE
1. LENGTH 230
2. AREA 230
3. ANGLE 231
4. CAPACITY 231

STATISTICS
1. MANAGEMENT OF DATA 232

MIDDLE CYCLE
EIGHTH YEAR

ARITHMETIC AND ALGEBRA
1. NATURALS NUMBERS 233
2. FRACTIONS 233
3. DECIMALS 234
4. SQUARE ROOTS 235
5. OPERATIONS 236
6. PROPORTION 237
7. ALGEBRAIC EXPRESSIONS 237
8. EQUATIONS AND INEQUALITIES 238

GEOMETRY
1. LOCALIZATION AND REFERENCE 240
2. SOLID GEOMETRY 241
3. PLANE FIGURES 242
4. TRANSFORMATIONS AND VECTORS 245

STATISTICS
1. MANAGEMENT OF DATA 246

SECONDARY EDUCATION
SECOND YEAR HUMANITIES

ALGEBRA
1. BASICS 247
2. NUMERICAL AND LITERAL COMPUTATIONS 248
3. EQUATIONS AND INEQUALITIES 249
4. POLYNOMIALS 250

ANALYSIS
1. DEFINITIONS AND REPRESENTATION 251

2. CONTINUITY AND DIFFERENTIATION 254
3. INTEGRATION 257

STATISTICS AND PROBABILITY
1. STATISTICS 259
2. PROBABILITY 260

SECOND YEAR - SCIENCE SECTION

ALGEBRA
1. BASICS 263
2. NUMERICAL AND LITERAL COMPUTATIONS 264
3. EQUATIONS AND INEQUALITIES 265
4. POLYNOMIALS 268
5. NUMBERS 269

GEOMETRY
1. CLASSICAL STYDY 272
2. STUDY OF VECTORS 276
3. ANALYTIC STUDY 282
4. PLANE TRANSFORMATIONS 284

ANALYSIS
1. DEFINITIONS AND REPRESENTATION 287
2. CONTINUITY AND DIFFERENTIATION 291
3. INTEGRATION 294

TRIGONOMETRY
1. TRIGONOMETRIC LINES 296
2. TRIGONOMETRIC EQUATIONS 298
3. CIRCULAR FUNCTIONS..... 299

STATISTICS AND PROBABILITY
1. STATISTICS 301
2. PROBABILITY 303

BASIC EDUCATION

ELEMENTARY EDUCATION

FIRST CYCLE

SECOND YEAR

ARITHMETIC AND ALGEBRA (120 h)

1. NATURAL NUMBERS (25 h)

In the first Year, students worked with integers smaller than 100. They were probably confronted with integers greater than 100, orally or in writing, outside the context of school..

The stage of constructing numbers, and the stage of counting orally precede writing. It is very important that students visualize numbers with the help of concrete objects, but not of a single type of objects.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Numbers less than 1000.	1. Extend the sequence of natural numbers up to 1000. 2. Write a 3-digit number in base 10. 3. Read that number. • Recognize that 100 is: - the successor of 99 - 99+1; - 10 tens. • Write hundreds in digits. • Read numbers less than 1000 in digits. • Determine the digit of units, the digit of tens, and the digit of hundreds in a number..	The stage of 100 is fundamental. There is no other stage before 1000. In other words, once the digit of hundreds is explained, the student must be able to write every number less than 1000. We point out however that the numbers immediately following 100 are the most difficult to get hold of. For example 103 is more difficult than 165. In a 3 digit number, we talk only of the digit of tens (or hundreds). The concept of the number of tens (or hundreds) is left for more advanced classes.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.2. Reading and writing numbers less than 100 in words.	1. To write the numbers from 1 to 100 in words.	The student knows how to write in digits the numbers less than 100 and sometimes > 100. Writing numbers in words and reading them will be done in correlation with language proficiency.
1.3 . Order signs < and >; representation on a line.	1. Compare two numbers between 1 and 1000 and use the symbols < and >. 2. Order a sequence of numbers. • Compare two numbers and use the signs < and >. • Order numbers. • Determine the number that comes directly before and directly after a given number. • Represent numbers on a line. • Count multiples of 10 and multiples of 100. • Insert a number less than 99 between two consecutive multiples of 10. • Insert a number less than 999 between two consecutive multiples of 100.	In the first year, the student has learned how to compare two numbers less than 100 without using the signs < and >. This class will have the opportunity to compare numbers less than 1000, and use correctly the signs < and >. We recommend keeping in mind that we can order numbers and represent them on a line, showing their successors without recourse to these signs. It's important to distinguish between a student who makes errors in using the signs < or >, and one who does not recognize which of two numbers is the greater. In order to compare two numbers, we can proceed from their expanded writing. The representation of a number on a line is useful for certain numerical activities in this class. The student must be able to use representation on a line according to his needs. The line is not necessarily marked with units of length.
1.4. Expanded Writing.	1. Write a number in the expanded form. • Give the expanded writing of a number. • Write a number knowing its expanded writing.	The expanded writing of a number goes hand in hand with the discovery of writing numbers and is necessary for understanding all the operational techniques that will be acquired subsequently, as well as for exercises in reasoned computations.

2. ADDITION (30 h)

Mastering the technique of addition is a basic objective for this year. We develop simultaneously procedures of reasoned computation, preparing the student to the most appropriate technique for a given situation.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Memorizing tables of addition.	1. To complete equations involving addition whatever the position of an unknown. 2. To memorize results of the addition table up to 9. • To complete equations involving addition whatever the position of an unknown • To complete, by memory, $a+b=...$, for a and $b < 9$.	The decomposition of numbers as a sum of two numbers makes it easier to memorize addition tables. Memorization helps to complete all equations involving addition, without recourse to any material.
2.2. Mastering the operational technique	1. Add two given numbers. • Add two given numbers in cases: - Involving one carry-out; - Involving two carry-outs. • Add two numbers mentally, whose sum is a multiple of 10 smaller than 100. • Add mentally 9, 10 or 11 to a given number. • Establish the link between addition and the concept "n more" • Add two numbers less than 100 in their expanded form.	In the case where the sum of three numbers is greater than 10, don't force the student to write the three numbers below each other. It's sometimes more convenient to add two numbers, then add the result to a third. As for operational techniques, we recommend letting the student develop his own processes over a period of time, before exposing him to the algorithm of addition. Although the recourse to decimal numeration material makes possible a good visualization of this technique, we recommend giving it up as soon as the student has understood the technique.

3. SUBTRACTION (30 h)

Subtraction had been introduced in the first year with no connection to addition. This year, it will be considered as the inverse operation of addition.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. The inverse operation of addition.	1. Recognize subtraction as the inverse operation of addition.. • Use subtractive writing to describe the situation of completion of a number to a given number. • Go from additive equalities to subtractive equalities. • Go from subtractive equalities to additive equalities. • Subtract mentally 10, 20, 30... from a given number. • Subtract mentally a number out of 100. • Subtract mentally two numbers less than 100, that have the same digits of units. • Choose the right operation (+, -) to describe situations.	The link between addition and subtraction: - Lets the student give instantaneously the result of a difference; - Makes easier the resolution of certain situations that relate a part to the whole; - May be used in the third year, along with the technique of subtraction, to subtract large numbers by adding up rather than subtracting to calculate the difference of two numbers without using the technique of subtraction.
3.2. Function "subtract n".	1. Master the function "subtract" $a \xrightarrow{-n} b$. • Read a diagram associated with an operator and use it to determine the missing number. • Determine the function +*n* or -*n* that links two sequences of numbers or magnitudes. • Use the concept "*n* more" or "*n* less".	The function "subtract" operates on an initial stage to transform it to a final stage. A good understanding of this function assumes that the student is capable of finding one of the three (initial stage, final stage, function), and knowing the remaining two. The required calculations take into account the level of understanding of subtraction, the aim is not to calculate rapidly. Use representation by diagrams that evolve over time: before / now, now / after.
3.3. Operational technique: having to do with the contiguous units	1. Master the operational technique taking into account the contiguous unit. • Master the operational technique, taking into account the contiguous unit, where the digit of tens of the first number is not zero.	We will confine ourselves this year to the operational technique having to do with contiguous units. More complicated subtraction, involving zeroes in the greater of the two numbers, will be taken at a more advanced stage.

4. MULTIPLICATION (30 h)

Multiplication Will be introduced as a simplification of addition.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Iterative Addition.	1. Recognize multiplication as iterative addition. • Go from the additive writing of a number to the multiplicative writing and go from the multiplicative writing to the associated additive writing. • Complete the equation $a \times b = \ldots$ ($1 \leq a \leq 9,\ 1 \leq b \leq 9$). • Choose the right operation (+, -, ×) to describe given situations. • Complete the equations of type $a \times \ldots = c$ and $\ldots \times b = c$.	To introduce multiplication, it is preferable that the sum used involves a large number of terms.
4.2 Multiplication Table: construction (up to 9).	1. Construct the multiplication table • Complete the equation $a \times b = \ldots$ ($1 \leq a \leq 9,\ 1 \leq b \leq 9$). • Go from a row of the table to the following row.	Out of a well-constructed multiplication table, students will derive the rule of succession of terms. This table serves as a reference for the initial computations. At this level, complete memorization is not required. To construct this table, it is advised that we perform grouping of numbers rather than term by term addition. In this way, the student implicitly uses associativity of multiplication and distributivity of multiplication over addition. Computation by trial and error is to be avoided.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
		Start the exercises of memorization only after many days of activities. In this way, the student is given the time and opportunity to put to work personal strategies of finding answers. This makes it easy to memorize results.
4.3. Operational technique.	1. Multiply a given number by a one digit number. • Multiply a given number by a number less than 10, referring to the multiplication table.	We will limit ourselves to operations which involve easy types of carry out. The student does not need to memorize all the results before taking up this technique: he could find whatever he needs in the multiplication table. This will allow him to develop efficient ways of acquiring information, making him more independent.

5. DIVISION (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
5.1. Initiation: partition, distribution.	1. Partition a collection of objects into equal parts. Divide equally a collection of objects. • Partition a collection of objects into equal parts. • Relate the concept of division to iterative subtraction. • Divide equally a collection of objects.	By taking part in partitioning equally or dividing equally, the student is given the opportunity to develop heuristic processes of searching for solutions. These include iterative subtraction. At this level, it is too early to introduce the relation between multiplication and division.

GEOMETRY (20 h)

1. LOCATION AND REFERENCE (5 h)

The student will use his topological knowledge to locate a point on a line or on a grid.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Location of a point.	1. Determine the position of a point on a line. 2. Determine the position of a point on a grid. • Locate a point on a line with respect to other points on the line. • Determine the position of a place or a knot on a grid using a code. • Locate a point on a curve or on a grid, starting with specific conditions.	For locating on a grid, we limit ourselves to initial activities that do not require logical operations involving the product. We may give examples of crossword puzzles.

2. SOLID BODIES (5 h)

This year, the student has to describe solid bodies using conventional vocabulary: Vertex, face, edge.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Description of solids: Vertices, edges and faces.	1. Describe solids. • Distinguish between vertices, edges and faces of solids. • Recognize edges of solids from given objects or their images. • Recognize the faces of solids from given objects or their images.	The images of solids allow one to imagine invisible elements of these solids. This can be done only after numerous manipulations and by refering to concret objects. The students will notice plane figures such as faces, edges or vertices of solids.

3. PLANE FIGURES (5 h)

Up to the present, the student has a rather global perception of plane figures and more particularly of polygons. This year he will learn to analyze them from the point of view of sides and vertices.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Segment of a line.	1. Draw a segment of a line. • Using a ruler, draw a segment limited by two points. • Draw a segment of a given length on a line, knowing one endpoint. • Draw a segment of a given length, knowing one endpoint.	We will emphasize the systematic use of a ruler to draw segments of a line. Initially a ruler can be the edge of a cube or a tile.
3.2. Description of plane figures: sides and vertices.	1. Distinguish between vertices and sides of a plane figure. • Know the relation between the length of a side of a square and a rectangle. • Know the number of sides and vertices of a triangle, square, or rectangle. • Distinguish a square from a rectangle by coinciding their sides. • Construct a square from given elements.	Manipulations, such as cutting or tearing, are the means that can be used. The descriptive aspect and appropriate vocabulary are used only to give an account of completed experiments. By cutting and glueing, the student can put together two figures to get a third. He will therefore take action and not merely be a passive observer. In this manner, he will develop efficiencies in geometry. Although the square is a special case of a rectangle, we recommend avoiding equivocal situations. The activity, whose aim is to construct a polygon from given elements, is a problem situation which uses trial and error procedures. When the student performs transformations on a figure (cutting, folding, assembling of two figures), it's important that he keep the reference figure intact. It is for this reason that we do not recommend tearing.

4. TRANSFORMATIONS (5 h)

This year, the student will learn the importance of axes of symmetry as a reference frame.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Figures having an axis of symmetry.	1. Find the axis of symmetry of a plane figure. • Find, an axis of symmetry of a given figure by folding. • Complete, by symmetry on a grid, the drawing of a given figure with an axis of symmetry.	Induce the student to find one or many ways to fold a figure in order to obtain two superposable parts, and consequently to deduce the axes of symmetry.

MEASURE (10 h)

1. LENGTH (5 h)

The concept of length had already been developed along with the concept of measuring by arbitrary units.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Measure of length: the meter, the centimeter.	1. Perform measures of length by using the meter or the centimeter. • Measure in centimeters the length of an object using a marked ruler. • Draw a segment of a given length in cm. • Enclose a given length. • Use the symbol cm. • Use the symbol m. • Use 1m = 100 cm. • Compare a given length to a meter. • Express a length in "meters and centimeters". • Express a given length in cm, in "m et cm". • Compare two lengths expressed in "m and cm".	We will limit ourselves to meter and centimeter, which are the ordinary units that the student is in a position to learn. Let the student estimate the measure of length before actually measuring it.

2. MASS (5 h)

The steps used to teach the concept of mass are the same as those used to teach length.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Comparison of masses.	1. Comparing two masses using a two-armed balance. • Use a two-armed balance. • Use the terms “heavier than”, “lighter than”. • Use arbitrary units to measure the mass of an object. • Use arbitrary units to compare the mass of two objects.	The exercises of comparison are essentially manipulative.

SECOND CYCLE

FIFTH YEAR

ARITHMETIC AND ALGEBRA (100 h)

1. NATURAL NUMBERS (20 h)

The student, having built in small steps a system of decimal numeration, will proceed this year with his analytical studies. This analysis makes the system more intelligible and allows one to relate it better to other systems seen already (numeration with base six), or which will be acquired subsequently. It allows one also to generalize in a rational manner and to understand the structure of decimal numbers more deeply. Likewise we will continue this year to construct concepts necessary for a better understanding of numbers. These concepts essentially have to do with relations established by means of multiplication and division.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Criteria of divisibility by 3, 4 and 9.	1. Decide, without performing division, whether a natural number is divisible by 3, 4 or 9. • Use the criteria of divisibility by 3. • Use the criteria of divisibility by 4. • Determine the leap years. • Use the criteria of divisibility by 9.	The criteria of divisibility will be presented without proof. They will be useful in division and simplification of fractions. In subsequent classes, they make it easier to find the l.c.m. and g.c.d. One may propose the solar year as an example for research. This is an exciting but difficult subject. Other activities, like the 9-test for multiplication are interesting to students, provided they are not used too freely.
1.2. Common multiples of two integers.	1. Find common multiples of two integers. • Find common multiples of two numbers starting with sequences of multiples.	Limit oneself to small numbers. Finding the l.c.m. and g.c.d. is beyond the scope of this program. The calculator is an efficient aid to determine a sequence of multiples of a number.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.3. Divisors of an integer.	1. Recognise whether an integer is a divisor of a given integer. • Recognise whether an integer is a divisor of another. • Establish the link between the concepts of multiple and divisor. • Recognise that 1 is a divisor of every integer.	Starting with the equality $a \times b = c$ or the equivalent form $c \div b = a$ $(c \neq 0)$, a student will recognise and justify whether a number is a divisor of another. Although it is not an objective in itself, finding the set of divisors of a number can be dealt with for small numbers or as a research exercise for slightly larger numbers.
1.4. Common divisors of two integers. .	1. Find common divisors of two integers. • Recognise common divisors of two integers. • Find common divisors of two numbers < 20.	We will not have to find all commun divisors of two integers. Similarly we will not define the greatest common divisor, as this is outside the scope of this program. We will limit ourselves to small numbers. The student will verify by trial and error whether a divisor of a number is also a divisor of another.
1.5. Decimal numeration system.	1. Construct and use the table of decimal numeration. • Use correctly the terms "digits" and "numbers". • Recognise the digit of units, tens and hundreds in the various blocks of a number. • Distinguish between "the digit of ..." and "the numbers of ..." . • Find the number of tens, hundreds or thousands in a number. • Write the number $...\overline{cba}$ in the form $a + 10 \times b + 100 \times c + ...$	Knowing the million, the student will learn that the sequence of numbers is infinite. He will undertake the extension of a table to the right as well as to the left, approaching the infinitely large as well as the infinitely small. The expanded writting of a number, as well as its polynomial expansion, can be exploited again in higher classes to anticipate algebraic computations. Starting with the expansion of a number and grouping the units together, the student will have an easier access to the distinction between "number of..." and "digit of...".

2. FRACTIONS (10 h)

In the preceding year, the student became acquainted with fractions ≤ 1. This year, we extend this concept to fractions greater than 1. Using representation on the number line, the student will pass easily from "the sum of an integer and a fraction less than 1" to "a fraction greater than 1".

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Equality and simplification of fractions.	1. Recognize a fraction of type $\frac{a}{b}$ ($a > b$ and $b \neq 0$). 2. Find fractions equal to a given fraction. 3. Compare two fractions. 4. Represent fractions on the number line. • Recognize that for every integer a, $\frac{a}{b}$ means a times $\frac{1}{b}$. • Calculate the fraction $\frac{a}{b}$ of a number n using the result of two succesive operations "divide by b", "multiply by a". • Recognize two equal fractions. • Construct a fraction equal to a given fraction. • Reduce two fractions to the same denominator. • Compare a fraction to 1. • Compare two fractions after reduction to the same denominator. • Write a fraction equivalent to a given number. • Insert a fraction between two consecutive integers. • Locate fractions on the number line.	Finding equal fractions includes simplification of fractions. The concept of irreducible fraction is outside this program. To compare two fractions, the usual method consists in reducing the fractions to the same denominator. We should also encourage heuristic processes of comparaison, avoiding in this way to transform reduction into a nonsensical process. Thus, it suffices to create situations where this reduction is useless. Establishing relation between division and fraction allows one quickly to use a calculator to compare two fractions.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.2. Mixed numbers.	1. Use the writings of mixed numbers. • Write a fraction grater than 1 as a sum of an integer and a fraction less than 1. • Convert the writing of a fraction to a mixed number and conversely. • Locate a mixed number on the number line.	The mixed number makes it easy to place a fraction on the number line, allows a better perception of its order of magnitude and gives a meaning to fractions greater than 1. We do not always have to perform computations on these numbers.

3. DECIMALS (10 h)

Starting with the first year, the student has worked with numbers whose expansion has one or two decimals. Despite the fact that this year we extend the notion to the case of several decimals, we recommend avoiding exess and remaining in a context familiar to the student.
Comparison and representation of decimals should be done along with fractions greater than 1, and the notions of length and number line.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Comparaison and representation of decimal numbers.	1. Compare two decimal numbers. • Write a decimal number in the form of a fraction whose denominator is a power of 10, and *vice versa*. • Recognise the meaning of "thousandth" and "10 thousandth"... • Use the table of extended numeration to represent a decimal. • Compare two deciaml numbers. • Insert a decimal number between two given decimals. • Round off a decimal number.	Use relations between metric units to write numbers with several decimals. Use the table of extended numeration to represent decimals. Create situations whereby an approximate result is sufficient and compare them with those where an exact result is necessary.

4. ADDITION (15 h)

This year the student should master addition of fractions. Finding a common denominator should not be taught in a systematic way.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1 Addition of fractions.	1. Add fractions. • Add two fractions. • Add two fractions in case where one of them is an integer. • Find the closest integer to a fraction. • Apply properties of addition of fractions.	We will limit ourselves to cases where finding a common denominator does not involve difficult computations. We encourage the student to shorten the writing of a sum. We insist that the student recognize the commutativity of addition in doing exercises.
4.2. Addition of numbers with several decimals.	1. Add decimals. • Add two arbitrary decimals. • Add several decimals. • Add using a calculator. • Estimate a sum.	Do not allow out-of-context computations that involve numbers with several decimals. Use a calculator for difficult computations, especially when solving problems. Diversify the means of solving problems. Estimation is a fundamental activity in controling computations.

5. SUBTRACTION (15 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
5.1. Subtraction of fractions.	1. Subtract fractions. • Subtract two fractions. • Subtract a number from a fraction and *vice versa*. • Find the difference of two fractions.	We will limit ourselves to cases where finding a common denominator does not involve difficult computations. We encourage students to shorten the writing of a difference.
5.2. Subtraction of numbers with several decimals.	1. Subtract decimals. • Subtract two arbitrary decimals. • Subtract using a calculator. • Estimate a difference.	Avoid out-of-context computations involving numbers with several decimals. Use a calculator for difficult computations, especially in solving problems. Estimation is a fundamental activity in controling computations.

6. MULTIPLICATION (20 h)

This year the student will master multiplication of numbers. The use of a calculator and knowledge of the existence of large numbers, will let him deal with real problems. At the same time, this will develop mathematical efficiencies and a sharper understanding of the real world.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
6.1. Multiplication of decimals.	1. Multiply decimals. • Multiply two decimals. • Multiply a decimal by 10, 100 and 1000.	The student will learn that the product of a number by a decimal less than 1 is less than this number.
6.2. Function "multiply by $\frac{a}{b}$".	1. Multiply an integer by a fraction. 2. Apply the function "multiply by $\frac{a}{b}$" in problems. • Multiply an integer by a fraction. • Multiply a decimal by a fraction. • Decompose "multiply by $\frac{a}{n}$" into "divide by n" and "multiply by a". • Determine the fonction $\frac{a}{n}$ that relates two sequences of numbers.	The student knows the functions "multiply by n", "divide by n". This prepares him for the concept of proportion. This, in turn, leads to the concept of percentage, scale, etc. $c \times \frac{a}{b} = (c \times a) \div b = (c \div b) \times a$.
6.3. Product of a time interval by an integer.	1. Multiply a time interval by an integer.	Avoid out-of-context computations. Preferably consider concrete and real-world situations. Train students to memorize the first few multiples of 60.

7. DIVISION (10 h)

The student will learn to apply the general algorithm of division. He will find out that some divisiors "terminate" while others "do not terminate". In the last case, it is absolutely important to find out that the last digit in the calculator is determined to within 0,1.

CONTETS	OBJECTIVES	COMMENTS
7.1. Decimal quotient of division.	1. Divide a decimal by 10, 100, 1000. 2. Perform divisions with decimal quotient. • Divide a decimal number by 10, 100, 1000. • Determine the exact decimal quotient of two decimal numbers. • Determine the decimal quotient to within 0.1 (or 0.01) by default of two decimals. • Divide two decimals in the case where the quotient is less than 1. • In a concrete situation, choose between division with remainder (integral quotient) and division with decimal quotient. • In a concrete situation, choose the nearest integral quotient (inferior or superior) and justify this choice.	For the student there are three new and important objectives: the exact decimal quotient, the approximate decimal quotient, and the interpretation of quotient. Limit computations to cases where finding a quotient does not involve difficult computations. Make sure to give problems where the quotient is less than 1.

GEOMETRY (25 h)

1. LOCALIZATION AND REFERENCE (3 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Distance of two parallel lines.	1. To know that the distance of two parallel lines is constant. • Recognize the distance between two parallel lines. • Measure the distance between two parallel lines. • Use the invariance of a distance between two parallel lines to draw a parallel line to a given line from a given distance.	In spite of the title, this notion is far from formal. Use it in drawings. No property or definition is to be memorized.

2. SOLID BODIES (7 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Development of solids.	1. Recognize the pattern of a solid. • Recognize different patterns of the same solid and construct them by folding and cutting. • Recognize the bases of a cylinder and their superposition. • Recognize the pattern of a cylinder.	This involves nothing but practical work.

3. PLANE FIGURES (10 h)

This year the essential activity is the classification of quadrilaterals according to their diagonals.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Angle.	1. Recognize an angle: vertex, sides. • Recognize the sides and the vertex of an angle. • Use correctly the notion of an angle.	We will introduce angle as being a figure formed by two half-lines from the same point. Notation: $x\hat{o}y$.
3.2. Diagonals of a polygon.	1. Recognize and draw the diagonals of a polygon. • Recognize the diagonals in a polygon. • Draw the diagonals of a polygon.	
3.3. Classification of quadrilaterals according to diagonals.	1. Recognize properties of diagonals in a particular quadrilateral. • Know the properties of diagonals of special quadrilaterals: superposition, orthogonality, same midpoint, axes of symmetry. • Recognize a quadrilateral from its diagonals.	Properties of diagonals should be studied on drawings by folding, superposition or measure. Memorizing these properties is not required.
3.4. Diameter of a circle.	1. Recognize the diameter of a circle. • Draw a diameter of a given circle, where the center is already located. • Use the relation Diameter = 2 × Radius. • Draw a circle knowing the length of its diameter. • Draw a circle knowing its diameter.	The student already knows the circle and the disc. He may have perceived that the diameter is an axis of symmetry of a circle.

4. TRANSFORMATIONS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Homothetic transformations.	1. Draw a figure homotethic to a given figure. • Transpose the figure of a grid to another grid homothetic to the first. • Enlarge (double, triple) a figure, in a simple ratio. • Reduce (half, third, ...) a figure, in a simple ratio. • Verify that two homothetic figures are similar.	Properties of homothetic transformations are complicated enough for this age: invariance of angles (in particular parallelism and orthogonality) and invariance of barycenters (in particular the midpoint o a segment). This theme is a preparation to the reduction or enlargement of figures. No property will be emphasized. Limit yourself to drawings.

MEASURE (20 h)

1. LENGTH (3 h)

In spite of all the work done up to now in the primary cycle, the concepts of measure are among those which have not been mastered sufficiently. We think that an understanding of these concepts should take place in the centext of a class project: preparing a field for play or buying paint to paint a classroom etc.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Length of a circle.	1. Calculate the length of a circle. • Find the length of a circle. • Calculate the diameter, knowing the length of a circle. • Calculate the radius, knowing the length of a circle. • Calculate the side of a square, knowing its perimeter. • Calculate one of the dimensions of a rectangle, knowing its perimeter and the other dimension.	Finding a value of π could be interesting experimentally but at the same time premature. The student has not yet developed the concept of ratio. The student will learn to find the length of a circle by applying the formula and taking π = 3.14. This year the student will master the notion of perimeter and solve problems related to this notion.

2. AREA (10 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Area of a square, a rectangle, a right triangle, a disc.	1. Calculate areas. • Apply the formulas to calculate areas of: a square, rectangle, triangle, disc. • Recognize the height in arbitrary triangles. • Calculate one of the dimensions of a rectangle knowing the other dimention and the area.	Literal formulas are to be avoided. In the beginning, children will work with reference formulas.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Use correctly the terms "area" and "perimeter". • Estimate an area. • Distinguish between a situation related to computations of perimeter from one related computations of area.	

3. ANGLE (2 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Measure of an angle in degrees.	1. Measure angles in degrees. • Measure angles in degrees. • Find applications to the fact that a right angle measures 90°. • Construct using a protractor an angle of a given measure.	

4. CAPACITY (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Metric System of units of capacity.	1. Construct the metric system of units of capacity. • Know different units and order them. • Perform conversions.	We limit ourselves to indicated units. Other non-metric units such as the gallon should be used by giving the students the relations between them.

STATISTICS (5 h)

1. MANAGEMENT OF DATA (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Representation of data in bar graphs, pictographs and histograms.	1. Represent data. • Represent data in the form of histogram. • Represent data in pictographs on bar graphs. • Read a pictographs, bar graphs and and histogram. • Interpret a pictographs, bar graphs and and histogram.	The student lives more and more in a world that deals with statistics. This is an essential area that allows students to develop notions of prognostic, in an especially impressionable age. We recommend doing realistic enquiries on the ground, in areas intersting to students, and to deal with information in diagram forms.

MIDDLE CYCLE

THE EIGHT YEAR

ARITHMETIC AND ALGEBRA (70 h)

1. NATURAL NUMBERS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. g.c.d. and l.c.m. of several integers.	1. Calculate the g.c.d. and the l.c.m. of two or several integers. • Calculate the g.c.d. of several inttegers by writing each as a product of prime factor. • Calculate the l.c.m. of several integers by decomposing each into prime factors.	The students should master the decomposition of an integer into prime factors; he will apply this decomposition in finding the g.c.d. and l.c.m. of several integers.

2. FRACTIONS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Litteral Fractions.	1. Perform computations with literal fractions. • Identify a literal fraction $\frac{m}{n}$, for two integers *m* and *n*, $(m \neq 0)$. • Multiply or divide literal fractions. • Simplify a literal fraction. • Reduce several literal fractions to the same demonator. • Add or subtract literal fractions. • Convert a fraction to one with positive denominator.	We emphasize the fact that the denominator should he different from zero. We point out that: $+\frac{m}{n} = \frac{+m}{n} = \frac{-m}{-n}$; $-\frac{m}{n} = \frac{-m}{n} = \frac{m}{-n}$; $-a \times \frac{m}{n} = -(a \times \frac{m}{n}) = \frac{-a\,m}{n}$.

CONTENT	OBJECTIVES	COMMENTS
2.2. Compound Fractions.	1. Extend fractions to the case where each term is a fraction. 2. Reduce a compound fraction to a simple fraction. • Recognize that $\frac{a}{b}$ and $\frac{b}{a}$ are inverses of each other. • Replace the writing $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ by $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$. • Use the correct operations to reduce a compound fraction to a simple fraction.	Manipulation of compound fractions should be done with care and not be pushed too far. We limit ourselves to simple cases. We define the inverse fraction by the relation $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ or $\frac{b}{a} = \frac{1}{\frac{a}{b}}$; a, b are different from zero.

3. DECIMALS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Compatibility of order with operations.	1. Apply compatibility of order with operations to decimals for arbitrary decimals a, b and c: • Note that if $a < b$ then $a + c < b + c$ and $a - c < b - c$. • Note that if $a < b$ and $b < c$ then $a < c$. • Note that if $a < b$ et $c < d$ then $a + c < b + d$. • Note that if $a < b$ et $c > 0$ then $a c < b c$.	This is an opportunity to generalize the notion of order to decimals. We will recur to simple literal expressions to formulate the results introduced by numerical examples.

4. SQUARE ROOTS (10 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Square roots of a positive number.	1. Recognize the square roots of a positive number. 2. Find square roots of perfect squares. • Note that for every positive number a, there exists a positive number b such that $b^2 = a$ and that b is called a square root of a and is denoted by $\sqrt{a}$ (the symbol $\sqrt{\ }$ is called radical). • Note that $\sqrt{a}$ is not always represented as a decimal number or a fraction. • Determine the numbers which have the same square. • Use a calculator to find the positive square root of a positive number. • Give an approximate value to the positive square root of a positive number. • Perform addition, subtraction, and multiplication on expressions involving radicals.	In addition to the properties mentioned in the objectives, this subject is closely related to geometry: for example, finding the length of the side of a square knowing its area or the hypothenuse of a right triangle knowing the length of the remaining side, etc. We use the sign $\sqrt{\ }$ (radical) to denote the positive square root. We work only with **numerical** expressions.

5. OPERATIONS (5 h)

This year we will continue the extension of the notion of power by defining the power of a number (integer or not) then by introducing the notion of negative powers of10.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
5.1. Positive integral exponents of numbers.	Perform operations on positive integral exponents • Calculate a^n (n is a natural number and a is a number). • Note that if $a > 0$, then $a^n > 0$. • Note that if $a < 0$, there are two cases: 1st case : n is even; then $a^n > 0$. 2nd case : n is odd; then $a^n < 0$. • Determine the sign of a power without doing computations. • Use a calculator to find a power. • Note that a^n is divisible by $a^{n-1}, a^{n-2}, \dots, a$. • Use the following relations to perform computations: $a^n \times a^m = a^{n+m}$, $(a \times b)^n = a^n \times b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$, $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$, $a^n \div a^p = a^{n-p}$ $0 \leq p \leq n$.	We mention the two cases: $a^1 = a$ $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$ We solve a large number of exercises in computing particular values of an algebraic expression.
5.2. Negative integral exponents of 10.	1. Use powers of 10. • Note that if n is a non-zero natural number, then 10^{-n} is the inverse of 10^n : $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$.	We make sure that the student distinguishes between 10^{-n}, -10^n and $(-10)^n$. The student should master how to pass from 10^{-n} tó the writting 0,00 ... 01 (with n digits after the decimal point) and *vice versa*.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Note that 10^{-n} is positive for every natural number n . • Calculate the product and quotient of two powers of 10. • Calculate the power of a power of 10. • Use powers of 10 in the expanded writing of a decimal number. • Use scientific notation.	

6. PROPORTION (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
6.1. Inversely proportional magnitudes.	1. Solve problems involving inversely proportional magnitudes. • Consider magnitudes that are inversely proportional. • Give the mathematical writing relating two magnitudes inversely propotional to each other. • Solve problems about inversely proportional magnitudes.	The emphasis should be placed on applications (we avoid theorethical development of this notion). The situations we consider should come from various disciplines: physics, kinematics, economics, etc.

7. ALGEBRAIC EXPRESSIONS (20 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
7.1. Common identities.	1. Compute by using common identities. • Expand $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$. • Find a common factor of several monomials. • Factorize polynomials.	We give a geometric interpretation of each of these identities. We emphasize the equality $(a-b)^2 = (b-a)^2$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Factorize $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2. • Use the common identities to factorize an algebraic expression. • Perform reasoned computations using common identities.	We pay special attention to memorizing the common identities in applications and especially in mental computations.
7.2. Literal expressions in fractional form.	1. Perform computations on literal expressions given in fractional form. • Note that the denominator of a fractional expression should be different from zero. • Reduce several fractional expressions to the same denominator. • Add or subtract two fractional expressions. • Multiply or divide two fractional expressions.	

8. EQUATIONS AND INEQUALITIES (15 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
8.1. Equations of type $(ax+b)(cx+d)=0$.	1. Solve equations of type $(ax+b)(cx+d)=0$. • Note that the product of two factors is zero if and only if one of the factors is zero. • Use the preceding property in solving an equation of the form $(ax+b)(cx+d)=0$. • Solve $x^2-a=0$ (where $a>0$).	We will not consider parametric equations.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
8.2. Inequalities of degree one in one unknown.	1. Solve inequalities of degree one in one unknown. • Recognize the equivalence of two inequalities. • Replace an inequality by an equivalent inequality. • Recognize a solution of an inequality. • Solve an equality of degree one with numerical coeficients, in one unknown. • Organize data and translate it using an inequality of degree one in one unknown, and solve it. • Represent the set of solutions on the number line.	Aside from the algebraic properties of inequalities, this subject is one of those that make clear the relation between algebra and analytic geometry through graphical representation. The exercises will involve numerical coeficients.

GEOMETRY (70 h)

1. LOCATION AND REFERENCE (15 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Relative Position of two circles.	1. Know the relative position of two circles. • Determine the relative position of two circles knowing the relation between the distance of their centers and the sum or the difference of their radii. • Determine a relation between the distance of the centers of two circles, and the sum or difference of radii, knowing their relative position. • Use the following property: the line determined by the centers of two circles is an axis of symmetry of the figure.	It is the relation between the radii and the distance of the centers that justifies the construction of two circles in various positions. We use the following terminology: - exterior or interior circles; - circles tangent externally or internally; - concentric circles.
1.2. geometric laws and constructions.	1. Find the set of points verifying a given property. 2. Use geometric loci in construction. • Construct the locus of a variable point equidistant from two sides of a given angle. • Find and construct the locus of the variable vertex of the right angle of a right triangle where the hypothenuse is given. • Construct the locus of a variable point *M* such that: the angle between (*AM*) and (*AB*) is constant; *A* and *B* are two given fixed points. • Use the loci mentioned in constructions.	We will recall that the construction and study of loci are a synthesis of study of two aspects of geometry: classical and analytic.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.3. Coordinates of the midpoint of a line segment.	1. Calculate the coordinates of the midpoint of a line segment in the plane. • Calculate the abscissa of the midpoint of a segment line on an axis. • Calculate the coordinates of the midpoint of a segment in the cartesian coordinate plane.	This is a continuation of analytic geometry started in the sixth year with the notion of marked axis and completed in the seventh year by the introduction of the notion of frame of reference in a plane.

2. SOLID GEOMETRY (10 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Plane representation of a cylinder, a pyramid, a cone, and a sphere.	1. Draw a pyramid, a cone, a cylinder and a sphere. • Draw a pyramid with a given base (triangular or square or polygonal including regular polyons). • Calculate the lateral area of a pyramid. • Calculate the volume of a pyramid. • Draw a cone. • Calculate the volume of a cone knowing the height and the radius of the base. • Describe, develop, construct and draw a right cylinder. • Calculate the lateral area of a right cylinder. • Calculate the volume of a cylinder. • Describe and draw a sphere. • Calculate the area of a sphere. • Calculate the volume of a ball.	As we mentioned in connection with the preceding class, the teaching of solid geometry in the middle cycle consists exclusively of activities. We therefore avoid theoretical approaches beyond the level of students. The pyramid could be looked at as a sliced cut part of a tile. We may use the term tetrahedron to designate a pyramid with triangular base. We note the difference between a ball and a sphere. The computation of areas and volumes of bodies will be done by appliying given formulas. No proof is required.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.2. Relative positions of lines and planes.	1. Recognize the relative position of two lines, two planes, a line and a plane. • In solids, recognize the relative position of two lines: parallel, concurrent, non-coplanar. • In solid recognize the relative positions of two planes: parallel or concurrent. • locate a line with respect to a plane, parallel to the plane, concurrent with to the plane.	The study should be done uniquely on solid bodies.

3. PLANE FIGURES(40 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. The theorem of Pythagorus.	1. Use the theorem of Pythagorus. • Recognize the superposition of two right triangles where hypothenuse and one side of the right angle are equal. • Characterize a right triangle by the relation that links the hypothemuse to the median relative to it. • Use the relation of Pythagorus to calculate lenghts. • Characterize a right triangle by the relation of Pythagorus.	The theorem of Pythagorus is one of the most potent subjects in this cycle. For it furnishes a link between algebra, classical geometry, and analytic geometry and that is why we emphasize putting the theorem to good use in order to relate algebra, geometry and graphing. However a proof of it is not required. Note that the direct theorem of Pythagorus is a geometric problem with numerical importance, whereas its converse is a numerical problem of geometric importance. This allows us better to seperate the learning of the theorem from that of its converse. A desirable mathematical application would be to calculate the sides of a half-equilateral triangle and a right isoceles triangle.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.2. Midpoint theorem in the triangle and the trapezoid.	1. To know and use the theorems of the midpoints in a triangle and a trapezoid. • Note that the segment joining the midpoints of two sides of a triangle is parrallel to the third side and its length is half that of the third side. • Note that the segment joining the midpoint of the non parallel sides of a trapezoid is parallel to the bases and that its length equals half the sum of the lengths of the bases. • Characterize an isoceles trapezoid by the equality of its diagonals.	We point out to students that if a line is parallel to a side of a triangle, and passes through the midpoint of another side, then it passes through the midpoint of the third side. We may prove the property of the median relative to the hypothenuse in a right triangle starting with the theorem of the midpoints in a triangle. This is an instance that shows the unity and consistency of mathematics, by finding the same result in various means. In this way, we can give various proofs in accordance with the chosen references. We show that a line parallel to the bases of a trapezoid and passing through the midpoint of a side also passes through the midpoint of the second side.
3.3. Characteristic Properties of a parallelogram.	1. Know and use the caracteristic properties of a parallelogram. 2. Characterize the rectangle, rhombus, and square. • Use properties of a parallelogram having to do with: sides diagonals opposite angles, and center of symetry. • Characterize the parallelogram as being a convex quadrilateral having each of the following properties: - both pairs of opposite sides are parallel; - both pairs of opposite sides are equal; - a pair of opposite sides are parallel and equal; - the opposite angles are equal; - the diagonals bisect each other.	The student knows the properties of the parallelogram and other special quadrilaterals. Work on these figures started with the begining of schooling, progressing according to the student's knowledge. The sixth year has allowed students to make a list of the properties of these quadrilaterals. Actually, the student is required to isolate the charecteristic properties, that is the minimal conditions that enable him to assert that a quadrilateral is a parallelogramm. We demonstrate that the rectangle and the rhombus are parallelograms with special properties and that a square is at the same time a rectangle and a rhombus. We may also point out the relation between these special quadrilaterals and a trapzoid.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Characterize a rectangle as a quadrilateral with three right angles. • Characterize a rhombus as a quadrilateral with equal sides. • Characterize a rectangle and a rhombus using their diagonals. • Classify quadrilaterals according to various criteria.	What we have learned is that the nature of a quadrilateral could be determined from its elements of symmetry; the student already knows the elements of symmetry of these quadrilaterals.
3.4. Central angle in a circle, angle inscribed in a circle. Area of a circular sector.	1. Know and use the relation between the measure of the central angle of a circle and that of the intercepted arc. 2. Know and use the relation between the measure of the angle inscribed in a circle and that of the intercepted arc. 3. Calculate the area of a circular sector. • Know that the measure of an arc ia expressed by the same number as the measure of the angle which it intercepts. • Distinguish between measure in degrees of an arc and length of an arc. • Calculate the length of an arc of a circle knowing the central angle which intercepts it. • Calculate the angle of two secants of a circle that intersect either in the interior or the exterior of a circle. • Calculate the angle formed by a tangent to a circle and a secant through the point of tangeancy. • Recognize a circular sector. • Calculate the area of a circular sector knowing its central angle.	

4. TRANSFORMATIONS AND VECTORS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Vector and translation.	1. Identify the vector of a translation. 2. Represent a vector geometrically. • Draw lines having the same direction. • Identify the characteristics of the vector of a translation: support, direction and length. • Note that if the vector of two translations have the same characteristics, then the two translations are identical. • Represent a vector geometrically. • Draw the translate of a given figure by a given vector. • Use the properties of invariance of length and angles under translation.	The notion of vector will be introduced intuitively manner, without any formulation. The student must be able to distinguish between the mathematical meaning of the two words: sense and support.

STATISTIC (10 h)

1. MANAGEMENT OF DATA (10 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Cumulative items and frequencies.	1. Calculate the cummulative items of a set of statistical data. 2. Calculate the cummulative frequencies of a set of statistical data.	Organzse in a table the raw data of a statistical set, making it easier to calculate the number of items and the cumulative frequencies. This is a typical situation where the use of a calculator is necessary. To give statistics their full dimension, one should perform a real mini-enquiry which would make the idea of calculating the number of cummulative items and cummulative frequencies seem natural. This will furnish added information in relation to raw data. We will teach the student how to use a scientific calculator to perform necessary computations.
1.2. Graphical représentation of data: circular diagram, polygon of cumulative frequencies.	1. Represent grouped data by using a diagram. • Represent statistical data using a circular diagram and a polygon of cummulative frequencies. • Read and interpret a diagram. • Pass from one mode of representation to another.	

SECONDARY EDUCATION

SECOND YEAR

HUMANITIES SECTION

ALGEBRA (40 h)

1. BASICS (10 h)

The student already knows how to manipulate sets, elementary operations on sets (union, interesection, etc.), ordered pairs and cartesian product.
This year he will study binary relations that play an important role in the systematization and unification of ideas.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. binary relations.	1. Recognize a binary relation. 2. Recognize an equivalence relation. 3. Recognize an order relation. • Identify a binary relation on a set. • Draw the graph of a binary relation on a finite set. • Identify an equivalence relation. • List the members of the equivalence class of an element. • Identify an order realtion.	The main objective is to introduce the notion of binary relation on a set and to study equivalence relations and order relations. A binary relation on a set will generally be denoted by a letter such as R, S, etc. The notation xRy means that the element x is related to the element y by the relation R. The graph of a relation R is generally denoted by $G(R)$ ou G_R. The notions of reflexitivity, symmetry, antisymmetry and transitivity will be introduced along with the study of equivalence relations and order relations, but will not be developed. Studying equivalence relation will be done through simple examples that display the equivalence classes determined on a given set. We will totally neglect the notion of quotient set. The class of an element a, modulo an equivalence relation R, will be denoted by $C(a)$ or $\overline{a}$.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
		Concerning order relations, without studying them in detail, we will limit ourselves to certain examples, showing that an order relation need not be a total order.

2. NUMERICAL AND LITERAL COMPUTATIONS (10 h)

Through this therme, the student will have the chance to study rearrangements with or without repetition systematically, as well as the formulas that concern them. We underline the importance of this field.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Arrangements and permutations.	1. Calculate $n!$. 2. Identify an arrangement, an arrangement with repetition, a permutation. 3. Give and use formulas of the number of arrangements without repetitions and of the number of permutations. • Calculate $n!$ where n is a natural number. • Recognize an arrangement of p elements of a set E of n elements, $(0 < p \leq n)$. • Recognize a permutation. • Recognize an arrangement with repetition. • Know and use formulas giving the number of arrangements with repetition, without repetition, and the number of permutations.	A_n^p denotes the number of arrangements without repetition, of p elements of a set of n elements $(p \leq n)$. The number of arrangements with repetition, or *p-lists*, of a set of n elements, is the cardinal number n^p of E^p. Direct computation by applying formulas, and the use of a calculator are recommended. We use the notation $n!$ (*n factorial*) and we define especially 0!. We try to choose, as applications, examples taken from daily life.

3. EQUATIONS AND INEQUALITIES (15 h)

Having mastered equations and inequalities of degree one as well as the technique of dividing the plane into regions, the student will consolidate knowledge in this domain by considering problems of linear optimization and studying second degree equations.
Systems of linear inequalities are applicable in optimization problems, chielfly in economics. They allow one to find, under certain constraints, conditions that favor a maximum benefit, a minimum loss, or a better unfolding of a project.
Equations of degree two are an important tool in solving certain kinds of problems, and preparing the student to study polynomials of degree two.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Linear Programming.	1. Translate the constraints of a linear programming problem into a system of linear inequalities and an economic function. 2. Find graphically an optimal solution of a problem in linear programming. • Solve graphically a system of n linear inequalities $(2 \le n \le 5)$ in two unknowns. • Translate, into a system of linear inequalities in two unknowns, the constraints of a linear programming problem and give an optimal solution.	Linear systems of n inequalities in two unknowns could be dealt with at will for $n = 2$ or $n = 3$. If $n \ge 4$, they should be chosen carefully and should involve simple inequalities such as $x \ge a$ or $y > a$. It is very interesting to include in the systems of inequalities equations of the type $ax + by = c$. Studying linear programming is done exclusively through examples. Theoretical justification is to be avoided.
3.2. Solving a quadratic equation with real coefficients.	1. Study the existance of the roots of a quadratic operation with real coefficients. • Write a polynomial of degree two in its standard form. • Study the existance and the number of roots of a quadratic equation with real coefficients.	Quadratic equations that we consider are with real numerical non parametric coefficients. Whenever we have a special case (common identity, incomplete equation) we should use it to simplify the solution.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Find the roots of a quadratic equation with real coefficients. • Interpret graphically the solution of a quadratic equation.	The student will have to solve problems leading to quadratic equations: finding two numbers knowing their sum and their product, biquadratic equations, and points of intersection of two curves.
3.3. Sum and product of the roots of a quadratic trinomial.	1. Study the relations that link the sum and product of the roots of a quadratic equation to its coeficients. • Recognize the roots of a quadratic polynomial. • Express the sum and product of the roots in terms of the coefficients, when the roots are real. • Form a quadratic equation knowing the sum and product of its roots.	The polynomials of degree two that we consider have non-parametric real numbers as coefficients. The simple expressions of the sum and the product of the roots in terms of the coefficients may give indications about the roots (sign, finding one of the two roots knowing the other, etc.). The student should pay attention to the fact that he should use these expressions only after verifying the existance of the roots. (sign of the discriminant).

4. POLYNOMIALS (5 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Study the sign of a trinomial.	1. Study the sign of a quadratic trinomial in one unknown. 2. Solve a quadratic inequality in one unknown. • If possible, factorize a polynomial of degree two in one unknown. • Study the sign of a polynomial of degree two in one unknown. • Solve a quadratic inequality in one unknown. • Solve a system of quadratic inequalities in one unknown. • Interpret graphically the solution of a quadratic inequality. • Interpret graphically a quadratic inequality.	The inequalities and systems of inequalities that we consider will be relatively simple and with non-parametric coefficients. The aim of the program is to initiate the student to the rule of signs and graphical interpretation of the relations he finds. In inequalities that involve rational expressions the student must notice that under certain conditions, the sign of a quotient is the same as that of a product.

ANALYSIS (NUMERICAL FUNCTIONS) (50 h)

1. DEFINITIONS AND REPRESENTATION (15 h)

In this class, analysis focuses mainly on the study of functions, the essential aim being to visualize situations in certain scientific and socio-économic areas, and in daily life etc.

This study requires the use of mathematical tools(calculating derrivatives) that allow one to measure the rate of change. As the meaning of these rates depends on the problem in question, we must insist on their practical interpretation rather than their theoretical definition.

The use of a graphical calculator, as well as an appropriate computer program, is diserable in class in order to control the graph of the representative curve.

Antiderivatives have been introduced to make it easy to understand certain economic problems.

In general, very complex situations and computations are to be avoided. We must emphasize simplicity in mathematical notions. It is recommnended to accept without proof results if the proof is complicated.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Limit of a function at a point. Limits at infinity. Vertical and horizontal asymptotes.	1. Identify the limit of a function f at a point a or at infinity. 2. Know the limits of basic functions. 3. Recognize whether a function has a vertical or horizontal asymptote. • Know that $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ has no meaning except when f is defined on an interval containing a or having a as an endpoint. • Know that for basic functions, $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$ where a is in their domain of definition. • Calculate $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ in simple cases. • Know the following equivalent writings: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L.$	We show by graphical examples how a function tends to a limit L as x tends to a. We avoid complicated forms and we limit ourselves to simple cases. Oblique asymptotes are not included in the program.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	$\lim\limits_{x \to a} (f(x) - L) = 0$. $f(x)=L + \varphi(x)$ with $\lim\limits_{x \to a} \varphi(x) = 0$ where a denotes one of the symbols $+\infty$ or $-\infty$. • Know that $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ does not necessarily exist. • Calculate $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ when a is an endpoint of the interval in which the function is defined f. • Interpret geometrically in terms of asymptotess $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ and $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$. • Find $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ and $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ in simple cases. • Interpret in terms of asymptote $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=L$ and $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=L$ where L is a real number.	We insist on the role of vertical asymptotes to distinguish between $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x>a}} f(x)$ and $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x<a}} f(x)$.
1.2. Finding limits.	1. State and use the properties of limits. 2. Recognizre an indeterminate form and eliminate the indetermination. • Know and use the limit of a sum, a product and a quotient of two functions. • Recognize indeterminate forms and eliminate the indetermintion. • Know that if $f(x) \geq g(x)$ on an interval containing a or having a as an endpoint, then $\lim\limits_{x \to a} f(x) \geq \lim\limits_{x \to a} g(x)$.	The indeterminate forms that we consider are dealt with mainly by factorization and simplification. The student will learn to deal with limits that appear as indeterminate forms.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know that if $u(x) \le f(x) \le v(x)$ for all x in some intrval containing a or having a as an endpoint, and if $\lim_{x\to a} u(x) = \lim_{x\to a} v(x) = L$, then $\lim_{x\to a} f(x) = L$. • Know that if $g(x) \le f(x)$ and a is an endpoint of the domain of definition of f and g, and $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ then $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$. • Know that if $g(x) \le f(x)$ and a is an endpoint of the domain of definition of f and g and $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$, then $\lim_{x\to a} g(x) = -\infty$.	
1.3. Arithmetic progressions. Geometric progressions.	1. Characterize aan arithmetic progression by its first term and its ratio. 2. Calculate the general term of an arithmetic progression and the sum of the first n terms. 3. Characterise a geometric progression by its first term snd its ratio. 4. Calculate the general term of a geometric progression and the sum of the first n terms. • Recognize an arithmetic progression by its first term and its ratio. • Calculate the general term of an arithmetic progression. • Calculate the sum of the first n terms of an arithmetic progression. • Recognize a geometric progression by its first term and its ratio.	We limit ourselves to geometric and arithmetic progressions. The progression with a general term U_n is denoted by(U_n). Reasoning by induction is not in the program of this class. The formulas of arithmetic and geometric progressions are developed intuitively.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Calculate the general term of a geometric progression. • Calculate the sum of the first n terms of a geometric progression. • Calculate some terms of an arithmetic progression and a geometric progression.	

2. CONTINUITY AND DIFFERENTIATION (25 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Continuity of basic functions.	1. Define continuity of a function at a point. 2. Recognize a continuous function on an interval. • Know that a function defined on an interval containing a is said to be continuous at the point a if $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$. • Recognize a continuous function on an interval from its graph and determine the points of discontinuity. • Know that all basic functions are continuous on every interval contained in their domain of definition.	We caracterize and interpret graphically the continuity of a function at a point. We accept the continuity of basic functions on their domain of definition.
2.2. Derivative of a function at a point.	1. Define the derivative of a function at a point by giving a geometric interpretation and a kinematic and economic interpretation. In this paragraph, the functions that we consider are supposed to be diffined on an interval containinig the real number a.	We introduce the derivative at a point by geometric considerations leading to an analytic difinition. We give a graphical example of a continuous function at a point, not differentiable there. The study of kinematic and economic aspects is done directly through simple activities.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Recognize the rate of change of f at a $\left(\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)$ and interpret its sign. • Know that the derrivatitive of f at a is the number $A=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ if the limit exists. • Know that the value of the derivative of f at a is the slope of the graph of f at point $(a, f(a))$ and that the equation of the tangent at this point is $y-f(a)=A(x-a)$. • Know that the instantaneous velocity at time t_0 of a moving body M, whose law of time is given by $t \mapsto f(t)$, is the derivative of f at t_0. • Know that if $y = f(x)$ is the total cost of the production of x units, $f'(x)$ is then interpreted as the marginal cost of x units. • Know that if the limit of the rate of change of f at a is infinite, then the tangent to the graph of f at the point $(a, f(a))$ is parallel to the y-axis. • Know that the derivative of f at a is zero, then the tangent to the graph of f at the point $(a, f(a))$ is parallel to the x-axis.	

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.3. Derivative function. Derivative of basic functions, rules of calculations.	1. Calculate the derivative of each of the basic functions. 2. State and use the theorems on differentiation. • Calculate the derivatives of the basic functions. • Know and use the derivative of $(u+v)$, $(u.\ v)$, (au), $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{v}$, u^n, where u and v are differentiable functions. • Know that a function is increasing (respectively decreasing) on an interval if its derivative is positive (respectively negative) on this interval, and that the derivative of a constant function is zero. • Know that if the sign of f' changes at a point a where $f'=0$, then $f(a)$ is a local extremum of f. • Recognize graphically a function continuous at a point but not differentiable there.	The theorems on differentiation and on the sign of the derivative will be accepted without proof.
2.4. Study of functions: polynomial functions, Homographic functions.	1. Study and represent graphically a polynomial function and a homographic function. • Find the domain of definition of a polynimial function and a homographic function. • Reduce if possible the domain by considerations of parity (even odd functions). • Verify that a given point is a center of symmetry of the graph of a function and that a line parallel to the y-axis is an axis of symmetry.	We will study a function by considering its horizental and vertical asymptotes and the sign of the derivative in order to determine the intervals over which the function is monotonic.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Study the limits at the endpoint of open intervals of the domain of definition in order to find the asymptotes. • Calculate the derivative and determine its sign. • Sketch the table of variation which summarizes the study of a function. • Draw the graph of a function.	

3. INTEGRATION (10 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Antiderivatives of a function continuous on an interval: calculation of antiderivatives.	1. Identify the passing from a function to an antiderivative as the reverse of differentiation. 2. Recognize a constant as being an antiderivative of the zero function, and deduce the relation that links two anderivatives of the same function. 3. List the antiderivatives of the basic functions and verify each. 4. Use linearity in the calculation of antiderivatives. • Know the definition of an antiderivative of a continuous function on an interval I. • Recognize that a constant is an antiderivative of the zero function. • Note that two antiderivatives of the same function differ by a constant.	We use $\int f(x)dx$ to denote an antiderivative of f defined up to a constant. The student will learn how to find an antiderivative satisfying a given condition. We calculate antiderivatives of simple functions abtained by linear combinations of basic functions. We accept without proof that every continuous function on an interval I has an antiderivative on I.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know that a continuous function on an interval I admits infinitely many antiderrivatives. • Recognize the anderivatives of functions f defined on an interval I by the expressions: x^n $(n \neq -1)$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$; $\sqrt{x}$. • Find an antiderivative of a function satisfying a given condition. • Calculate an antiderivative of a function by decomposing it into a sum of functions whose anderivative are known. • Know that kF is an anderivative of kf where F is an anderivative of f and k is a constant.	

STATISTICS AND PROBABILITY (30 h)

1. STATISTICS (15 h)

In this class, one should work on statistical data in a continuous variable.
Statistical data of a discrete variable, have been dealt with in the first year of secondary education, the student should now master the passing from a discrete variable to a continuous variable.
We note that grouping into classes or intervals leads to a loss of information. On the other hand, various groupings of the same statistical data give a clearer idea about the study at hand.
One should note that in spite the fact that graphical representations (histograms and polygons) are not sufficient for explaining everything, nevertheless they make clear some aspects of the study at hand.
For motivating students, it is desirable that the proposed examples be authentic and closely linked with scientific, economic and social areas.
The use of a calculator is recomended.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Continuous variables; partitioning into classes.	1.For the same statistical data, propose various grouping, better adpted to the study at hand. • Determine an interval $[a, b]$ of R containing all values taken by the random variable. • Determine the extent or width of a statistical data. • Recognize a class and determine its center. • Choose a partition of $[a, b]$ into a finite number of intervals (classes) with equal width. • For the same data, perform various grouping into classes. • By grouping into classes, pass from a quantitative discrete random variable to a quantitative continuous random variable.	We limit ourselves to classes of equal width. We assume that in every class or interval, items are regularly distributed. The limits of classes should be simple values (not fractional). The number of classes to be considered depends on the phenomenon at hand, on the precision of the measure that one desires to reach and on the number of items of the population in question. When the first and the last class are not well determined, we assume that they have the same width as the other classes.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.2. Statistical data of items and frequencies; histogram, polygon.	1. Represent items and frequencies by histograms and polygons. • Summarize data in a table of items and frequencies. • Represent items and frequencies by a histogram and a polygon. • Read a graph of items with a continuous variable.	Graphical representation should be done in the Cartesian plane with a vertical scale called arithmetic. It should be clear and simple to visualize rapidly the general shape of the phenomenon under study. It could help to complete and draw a table of items and frequencies. It lends itself to comparisons with similar phenomena. We will avoid a complicated graph overburdened with information.
1.3. Statistical data of items and cumulative frequencies; histogram, polygon.	1. Calculate items and cumulative frequencies and represent them graphically. • Draw the table of cummulative items of statistical data in a continuous variable and complete it with cumulative frequencies. • Represent cumulative items and cumulative frequencies by a histogram and a polygon. • Read a graph of cumulative items of statistical data in a continuous variable.	The curve of cumulative frequencies should be represented on the same graph of the histogram in the one case where the axes are marked (equal width of classes).

2. PROBABILITY (15 h)

The notion of probability should be introduced intuitively. We avoid theoretical exposition. The aim is to train students to describe simple random experiments.
The aim and the purpose of the calculus of probability is to predict and calculate the results of situations due to chance, which intervene continuously in daily life.
In our days, the calculus of probability is used in various domains: public opinion polls, insurance, meteorology, biology, physics, etc.

It is desirable to link probabilities to statistics by relating frequency and probability.
Proposed situations should be simple and should avoid combinatory complications.
It's advised to use a calculator.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Notion of probability	1. Estimate the value of the probability of an event and verify this estimation experimentally. • Know how to estimate the value of the probability of a given situation. • Verify this estimation experimentally.	We will initiate the student to describe a few random experiments of every day life using a table or a tree to estimate the value of the probability. An event will be defined with precision, its meaning should have no ambiguity.
2.2. Sample space. The case of equally likely events.	1. Define the terms: possibility, event, sample space, certain event, impossible event, equally likely events. • Recognize a possibility. • Recognize an event, an elementary event. • Recognize the sample space Ω. • Recognize a certain event, an impossible event $\varnothing$. • Recognize equally likely events.	Ω denotes the certain event and $\varnothing$ the impossible event.
2.3. Properties of probability.	1. Calculate the probability of an event using the basic properties of probability. • Note that the probability of the certain event is one ($P(\Omega)=1$). • Note that if $A \neq \Phi$, then $P(A) > 0$.	For an event A we note that the formula $P(A)=\frac{\text{number of favorable cases}}{\text{number of possible cases}}$ is not true except in the case of equal likelihood.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Note that if $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$, then $P(A)=P(a_1)+P(a_2)+\dots+P(a_n)$. • Note that if A is the impossible event, then $P(A)=0$. • Note that for every event A, we have: $0 \le P(A) \le 1$.	
2.4. Calculus probabilities: events (A and B), events (A or B), incompatible events, complementary events.	1. Distinguish between these events and perform calculations. • Recognize the event (A and B). • Recognize the event (A or B). • Recognize two incompatible events. • Recognize two complementary events. • Know that if A and B are incompatible, • then $P(A$ and $B) = 0$ et $P(A$ or $B) = P(A) + P(B)$. • Know that, for two events A et B, $P(A$ or $B) = P(A) + P(B) - p(A$ and $B)$. • Know that if A et $\overline{A}$ are complementary events then: $P(A)+P(\overline{A})=1$.	We recall the preceding fact and will add to them the formulas $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ and $P(A)+P(\overline{A})=1$ that are not true except in the case where A and B are subsets of the same sample space Ω. We use the formulas of arrangements and permutations.

SECOND YEAR
SCIENTIFIC SECTIONS

ALGEBRA (44 h)

1. BASICS (6 h)

The student already knows how to manipulate sets and elementary operations on sets (union, intersection, etc...). He has dealt with ordered pairs and the Cartesian product of two sets. The aim of this theme is to study binary relations that play an important role in mathematics, in particular at the level of systematization and unification of ideas.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Binary relations.	1. Identify a binary relation on a set. 2. List the elements of the graph of a binary relation on a finite set. 3. Identify an equivalence relation. 4. List the members of the equivalence class of an element. 5. Determine the partition associated with an equivalence relation. 6. Identify an order relation. • Identify a binary relation on a set. • List the elements of the graph of a binary relation on a finite set. • List the elements of the set associated with a given element by a binary relation on a finite set. • Recognize an equivalent relation. • List the members of the equivalence class of an element. • Determine the partition associated with an equivalence relation. • Construct the equivalence relation which determines a given partition.	The main objective is to introduce the notion of binary relation on a set and the graph of such a relation. The notions of reflexitivity, symmetry, antisymmetry and transitivity will be introduced as we study equivalence and order relations. We will make sure to mention that the graph of a binary relation on a set E is a subset of the Cartesian product $E^2 = E \times E$. A binary relation on a set is denoted in general by a letter such as R, S, etc. The notation xRy means that the element x is related to the element y by the relation R. In general, the graph of the relation R is denoted by $G(R)$ or G_R. Theoretical development is to be avoided. We initiate the student to the notion of an equivalence relation through the definition and simple examples emphasizing partition which it determines on a given set, and the equivalence classes that it defines. It's recommended to neglect the notion of quotient set which is rather delicate to handle.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Recognize an order relation. • Recognize two non-comparable elements by an order relation.	When we have an equivalence relation R, the set $C(a) = \{x \in E / aRx\}$ is called "the equivalence class of a modulo R" and may be denoted simply by $\overline{a}$. Concerning the order relation and without studying order sets in details, we propose to show that an order is a mathematical structure which goes far beyond the context of real numbers. To this end, it is important to initiate the student to order relations other than the usual order on real numbers. In particular, he must become familiar with order relations where elements may not be comparable. We make sure to denote an arbitrary order relation by R and the usual order relation by $\leq$ on real numbers so that we can avoid every possible confusion.

2. NUMERICAL AND LITERAL CALCULATIONS (6 h)

The introductory study of arrangements and *p-lists*, that was accomplished in the first year of secondary education, makes it easier to study them more generally in the second year.
The student will have the chance to study arrangements with and without repetitions systematically, as well as general formulas that concern them. We underline the importance of this study in calculating probabilities.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Arrangements and permutations.	1. Calculate $n!$. 2. Identify an arrangement, an arrangement with repetition, a permutation.	A_n^p denotes the number of arrangements without repetition, of p elements of a set of n elements $(p \leq n)$. The number of arrangement with repetition, or *p-lists*, of a set of n elements, is the cardinal number n^p of E^p.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	3. Give and use formulas of the number of arrangements with repetition, of the number of arrangements without repetition, and of the number of permutations. • Calculate $n!$ where n is a natural number. • Recognize an arrangement without repetition of p elements of a set E of n elements. $(0 < p \leq n)$. • Recognize a permutation. • Recognize an arrangement with repetition. • Know and use the formulas that give the number of arrangements with repetition, without repetitions, and number of permutations.	Direct calculation starting with the formulas and the use of a calculator are both recommended. We use the notation $n!$ (*n factorial*) and we especially define $0!$. We make sure to choose examples from daily life as applications.

3. EQUATIONS AND INEQUALITIES (20 h)

Having mastered equations and inequalities of degree one as well as the technique of dividing a plane into regions, the student will consolidate his knowledge in this area, on the one hand by the manipulating problems of linear optimization and systems of three equations in three unknowns, and on the other hand, by studying polynomials of degree two in details.

Systems of linear inequalities have their natural field of application in optimization problems, mainly in economics. They allow one to find, under a certain number of constraints, conditions that favor a maximal benefit, a minimal loss and a better unfolding of a project.

Problems of degree two are at the base of most activities of calculations and graphical activities that will be met in the future.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. System of linear equations(3×3). Linear programming.	1. Translate the constraints of a linear programming problem into the form of a system of linear inequalities and an economic function. 2. Find graphically the optimal solution of a problem of linear programming. 3. Solve a system of linear equations (3×3). • Solve graphically a system of n linear inequalities ($2 \leq n \leq 5$) in two unknowns. • Translate the constraints of a linear programming problem to a system of linear inequalities in two unknowns and give an optimal solution. • Solve a system of three linear equations in three unknown by the method of combinations and by the method of substitution. • Write in row-echelon form a system of three linear equations in three unknowns and solve it (Gauss method). • Recognize linear systems (3×3) that do not have solutions and those that have infinitely many solutions and write the solutions of these systems.	Linear systems of n inequalities in two unknowns could be dealt with at will for $n = 2$ or $n = 3$. If $n \geq 4$, they should be carefully chosen and should involve simple inequalities of the type $x \geq a$ or $y > a$. It will be interesting to include in these systems of inequalities equations of the type $ax+by = c$. The study of linear programming is done exclusively through examples. Every theoretical justification is to be avoided. Concerning the system of three equations in three unknowns, the method of combinations and the method of substitution furnish an important mathematical tool. However the student must take with care the first method because it sometimes leads to a result which does not satisfy all the equations. The method of Gauss becomes more interesting and advantageous as the number of equations increases. Systems leading to infinitely many solutions or no solution should be dealt with mainly through numerous examples. All indicative formulations especially the one involving determinants is not recommended. Every systematic study of parametric systems is to be avoided.
3.2. Polynomials, equations and inequalities of degree two.	1. Write a quadratic trinomial in its standard form. 2. Determine if a quadratic equation with real coefficients has real roots and find the number of these roots. 3. Calculate the real roots of a quadratic equation with real coefficients, if they exist.	The standard form of a polynomial of degree two $f(x) = ax^2 + bx + c$ is the starting point in its complete study, at various levels: - calculation level: factorization, sign and roots; - functional level: extremum;

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	4. Calculate the sum and the product of the roots of a quadratic trinomial in terms of its coefficients. 5. Write a quadratic equation knowing the sum and the product of its roots. 6. Solve a quadratic inequality with numerical coefficients. • Write a polynomial of degree two in one unknown in its standard form. • Study the existance of the real roots of a quadratic equation in one unknown (discriminant) and determine its roots when they exist. • Calculate the sum and the product of the roots of a polynomial of degree two in terms of the coefficients. • Solve problems leading to quadratic equations in one or two unknowns. • Study the sign of a polynomial of degree two. • Solve inequalities and systems of inequalities of degree two in one unknown. • Interpret graphically the solution of an equation or an inequality of degree two in one unknown. • Solve graphically a quadratic inequality.	- Graphical level : axis of symmetry and the graph deduced from that of the function $x \mapsto ax^2$. We initiate the student to handle quadratic equations with parametric coefficients. Whenever we have a special case (common identity where one of the coefficients is zero), we use it to simplify solving the equation. In case calculating the roots is complicated, finding the sum and the product of these roots may indicate their sign and allow one to find numerical values of expressions that depend only on the sum and product. The student will have to solve equations and problems leading to quadratic equations such as : finding two numbers knowing their sum and their product, biquadratic equations, finding points of intersection of two curves and finding tangents. The student will have to master reading the sign of a quadratic polynomial, the product or the quotient of two linear factors, and to use this reading in solving inequalities or systems of inequalities in one unknown.

4. POLYNOMIALS (4 h)

In the first year, the student has already seen the division of a polynomial $P(x)$ by $(x - a)$ where a is a root of $P(x)$.
He also used different methods to divide $P(x)$ by $(x - a)$ in order to solve the polynomial equation $P(x) = 0$.
This year, he will deal with division of a polynomial $A(x)$ by another $B(x)$ to find the remainder and the quotient, and to factorize and simplify rational fractions.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Euclidean division of a polynomial by another.	1. Perform the Euclidean division of a polynomial by another. • Perform the division of a polynomial, having a as a root, by $(x - a)$. • Perform the Euclidean division and recognize the quotient and remainder. • Know that $P(a)$ is the remainder of the division of a polynomial $P(x)$ by $(x - a)$.	We will mention that the Euclidean division of a polynomial $A(x)$ by a polynomial $B(x)$ not identically zero, is an operation that aims to find two polynomials $Q(x)$ (quotient) and $R(x)$ (remainder) such as : $A(x) = B(x) . Q(x) + R(x)$. One should accept without proof the existence and uniqueness of the quotient and remainder. Finding them could be achieved by the method of identical polynomials or by the technique of direct division.
4.2. Factorization. Simplification of rational fractions.	1. Use factorization to simplify a rational fraction. 2. Factorize a quadratic trinomial with real coefficients. 3. Factorize a polynomial of degree three where one is either know or easy to find. • Simplify a rational fraction. • Factorize a quadratic trinomial $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0, b, c \in \mathbf{R})$ in $f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$, where α and β are real numbers. • Factorize a polynomial of degree three knowing one root. • Factorize a polynomial of degree three where one root is easy to find.	We note that every simplification should be performed in the domain of definition of a fraction. Having learned in the first year to find factors of the form $(x - a)$ of a polynomial of degree three, this year the student has to complete his learning.

5. NUMBERS (8 h)

Quadratic equations with real coefficients which do not have roots in **R** are analogous to certain equations of the form $x + a = b$ with coefficients in **N** which do not have solutions in **N**. To solve this problem, it is necessary to enlarge the system **R** of real numbers.

In fact, the benefit in introducing complex numbers is much beyond this necessity. Various applications in mathematics (problems involving angle or distance) and physiques (mainly electricity) justify the space that it requires.

At the level of this class, one should only make the student familiar with handling complex numbers, calculus and geometric configuration.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
5.1. Complex numbers : definition, algebraic form.	1. Identify a complex number and write it in the algebraic form $a + ib$. 2. Characterize a complex number equal to zero. 3. Characterize two equal complex numbers. • Verify whether a quadratic equation with real coefficients has real roots or not. • Accepting without proof the existance of a number i such that $i^2 = -1$, show that a quadratic equation with real coefficients and negative discriminant has two complex roots $\alpha + i\beta$ et $\alpha - i\beta$. • Recognize a complex number in the form $z = a + ib$, where a and b are real. • Know and use the fact that a complex $z = a + ib$ is zero if and only if $a = b = 0$. • Know and use the fact that a complex number can be written uniquely in the form : $a + ib$ $(i^2 = -1)$. • Identify the real part and the imaginary part of a complex number. • Recognize a pure imaginary complex number. • Know and use the fact that two complex numbers are equal if and only if they have the same real part and the same imaginary part.	We will consider examples showing that the set of real numbers is insufficient for solving all quadratic equations with real coefficients. We may define a complex number by various means; however whatever the method used, it is necessary to recognize that the set of complex numbers is an extension of the set of real numbers (thus every real number is a special complex number). A complex number z will be denoted by $z = a + ib$ where $i^2 = -1$. The real part a of z is denoted by $Re(z)$ and the imaginary part b is denoted by $Im(z)$. The set of complex numbers is denoted by: **C**.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
5.2. Operations on complex numbers.	1. Perform operations on complex numbers. 2. Solve a quadratic equation with real coefficients and a negative discriminant. 3. Calculate the conjugate of a complex number and use its properties. • Add, subtract and multiply two complex numbers. • Simplify a complex expression to the algebraic form $a + ib$. • Know and use the fact that the product of two complex numbers is zero if and only if one of them is zero. • Know the fact that a complex number has two opposite square roots and calculate them. • Solve a quadratic equation with real coefficients and a negative discriminant. • Recognize and calculate the conjugate $\bar{z}$ of a complex number. • Know and use the following properties a) $\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z}'$; b) $\overline{zz'}=\bar{z}\bar{z}'$; c) $\bar{\bar{z}}=z$; d) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$ and $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\bar{z}}$;	Operations on complex numbers will be introduced, by extensions, starting with those defined in **R**, and replacing i^2 by -1 whenever we meet i^2. This idea seems logical if we view the set of complex numbers as being the result of adjoining i to the set **R** with all the allowed rules of calculations which enable us to solve every quadratic equation with real coefficients. We denote $\bar{z}$ by the conjugate of z and notice that the complex roots of a quadratic equations with real coefficients and negative disciminant are always conjugates. Calculating the square roots of a complex number is a delicate operation. It is recommended to make the student master efficient techniques in this area and be limited to relatively simple activities. The symbol $\sqrt{\ }$ is not used to denote one of the square root of a non-real complex number by lack of justification.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	e) $z\bar{z} = a^2 + b^2$ for $z = a + ib$; f) $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{a^2 + b^2}$ for $z = a + ib$; g) z is real if and only if $z = \bar{z}$; h) A complex number z is pure imaginary, if and only if $z \neq 0$ and $\bar{z} = -z$; i) $Re(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ and $Im(z) = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$. • Know and use the fact that the Cartesian images of z and $\bar{z}$ are symmetric with respect to the x-axis. • Divide a complex number by another number different from zero.	
5.3. Geometric representation of a complex number..	1. Represent geometrically a complex number. 2. know the fact that the function from the set of points $p(x,y)$ in the plane to the set of complex number, which assigns to each point $p(x,y)$ the complex number $z = x + iy$, is a bijection. • Plot the image of a complex number in a plane with two orthonormal axes. • Draw the image (with *O as origin*) of a complex number and determine the endpoint of a vector with initial point *O* • Determine the set of points that satisfy a given condition.	We will exploit the uniqueness of the algebraic form of a complex number to find a bijection between the points of a plane and the elements of **C**. We underline the geometric representation of a few basic complex numbers such as 1, *i*, 2*i*, 1 + *i*, 1 - *i* and their negatives. We will make sure to emphasize the geometric configurations of a complex number and its conjugate. The activities having to do with sets of points that satisfy a given condition will be relatively simple The notions of magnitude and argument are outside of this program.

GEOMETRY (59 h)

1. CLASSICAL STUDY (18 h)

This year, the aim of the program is not only to represent physical objects by plane figures but also to apply what we learned in plane geometry to spatial situations, in order to isolate special properties of orthogonality and the computation of distances, area and volumes.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Orthogonality in space.	1. Characterize the orthogonality of two lines. 2. Characterize the orthogonality of a line and a plane. 3. Characterize two perpendicular planes. 4. Relate orthogonality and parallelism. • Recognize two orthogonal lines in space. • Recognize the orthogonality of a line and a plane. • Recognize the angle of a line and a plane. • Recognize the angle of two secant planes. • Recognize two perpendicular planes. • Know and use the following properties : P_1 : If two lines are orthogonal, every line parallel to one is orthogonal to the other. P_2 : If two lines are parallel, every line orthogonal to one is orthogonal to the other. P_3 : If two lines are parallel, every plane orthogonal to one is orthogonal to the other. P_4 : If two lines are perpendicular to the same plan, they are parallel. P_5 : If two planes are parallel, every line perpendicular to one is perpendicular to the other.	The student is already familiar with plane representation of objects in space and properties of parallelism. This year we will work hard to isolate the properties of orthogonality starting with simple situations based on parallelepiped and especially the cube. Various technique of proof, especially proof by contradictions could be consolidated through proving a few of the properties P_1 , ... , P_9 . We emphasize the generalization of notations learned in plane geometry to the corresponding notions in space geometry. Examples :

<table>
<tr><th>CONTENTS</th><th>OBJECTIVES</th><th>COMMENTS</th></tr>
<tr><td></td><td>P_6 : If two planes are perpendicular to the same line, they are parallel.
P_7 : If a plane (P) is orthogonal to a line (D) and cuts this line at a point A, then every line passing through A and orthogonal to (D) is contained in (P).
P_8 : Through a given point, there is a unique plane orthogonal to a given line.
P_9 : Through a given point, there is a unique line perpendicular to a given plane.

• Recognize the mediator plane of a segment.
• Characterize the mediator plane of $[AB]$ as the set of points equidistant from A and B.</td><td><table><tr><th>In the plane</th><th>In space</th></tr><tr><td>Through a point, there is a unique line perpendicular to a given line.</td><td>Through a point, there is a unique line perpendicular to a given plane.</td></tr><tr><td>Through a point, there is a unique line perpendicular to a given line.</td><td>Through a point, there is a unique line perpendicular to a given line.</td></tr><tr><td>Two lines perpendicular to a third are parallel.</td><td>Two lines perpendicular to a plane are parallel.</td></tr><tr><td>..........</td><td>............</td></tr></table>
The study of the orthogonal symmetry with respect to a plane is a desirable activity.</td></tr>
<tr><td>1.2. Projections in space.</td><td>1. Characterize the projections of a point and a plane figure on a plane parallel to a given direction.
2. Characterize the projections of a point and a vector on a line parallel to a given plane.
3. Deduce the properties of orthogonal projection on a plane and a line.

* Projection parallel to a line (D) on a plane (P).</td><td>In this year we extend the notions of projection seen already in the plane to space.
The image A' of a point A, obtained by a projection parallel to a direction (Δ') on a line (Δ) is denoted by pr(A). Thus, pr($[AB]$) denotes the projection of the segment $[AB]$.
By applying P_1 and P_2, we deduce properties concerning invariance :
- of parallelism;
- of colinearity;</td></tr>
</table>

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Determine the projections : - of a point; - of a line (in case this line is parallel to (D) or (P)); - of a vector $\overrightarrow{AB}$; - of a plane figure F (in case the plane of F is parallel to (D) or (P)). • Know and use the following properties: P_1 : The projection of $\vec{u}+\vec{v}$ is the sum of the projections of $\vec{u}$ and $\vec{v}$; P_2 : The projection of $k\vec{v}$ is the product of k and the projection of $\vec{v}$. • Recognize the orthogonal projection on (P). • Know and use the following property : If $[A'B']$ is the orthogonal projection of [AB] on (P), then $A'B' = AB \cdot \cos\alpha$ where α is the acute angle of (AB) and $(A'B')$. • Know and use the following property : If s denotes the area of a plane figure F, and s' that of its orthogonal projection, then $s' = s.\cos\alpha$ where α is the acute angle of (P) and the plane of F. * *Projection parallel to a plane* (P) on a line (D). • Determine the projections : - of a point; - of a vector $\overrightarrow{AB}$.	- of the center of gravity of a triangle; - of the equality of vectors. The orthogonal will be used also for reference, and for calculating distances and areas.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know and use, in the case of orthogonal projection on an axis $(O, \vec{i})$, the following property : $\overline{A'B'} = AB \cdot \cos(\vec{i}, \overrightarrow{AB})$ where $\overrightarrow{A'B'}$ is the projection of $\overrightarrow{AB}$ on the axis.	
1.3. Solids.	1. Recognize a prism, a pyramid, a cone, a cylinder and a sphere. 2. Know the expression of the lateral area and the volume of each of these solids. 3. Determine the intersection of a cone and a cylinder with a plane parallel to the base. 4. Study the relative position of a plane. • Know various solids: - The prism and its principal elements; - The pyramid and its principal elements; - The cone and its principal elements; - The cylinder and its principal elements; - The sphere and its principal elements. • Know and use the formulas giving the lateral areas of these solids. • Know and use the formulas giving the volumes of these solids. • Determine the intersection of a cone with a plane parallel to the base. • Determine the intersection of a cylinder with a plane parallel to the base. • Distinguish the three positions of a plane with respect to a sphere. • Determine the intersection of a sphere with a plane.	The student will use the principal elements of the following solids prism, pyramid, cone, cylinder and sphere, to calculate the lateral areas and volumes. The formulas giving the lateral areas and volumes will be assumed without proof.

2. STUDY OF VECTORS (16 h)

The study of vectors which is in the program of this year is an extension to space of the study of vectors in the plane. Vector calculus in space is a tool which contributes to the study of a few geometric properties, in preparation to computing certain magnitudes : distances, areas and volumes.

It is important that the student isolates under certain conditions, a reference of a given geometric figure, and use it to solve a given problem .

Suggested deductic material :

- tracing paper, cross-ruled paper, color pencils.
- appropriate computer and software.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Vectors and reference frame in space.	1. Characterize three coplanar vectors. 2. Determine a base and a reference frame of space to locate points in space. 3. Determine vector and scalar components of a vector. 4. Determine the coordinates of a point in two systems with the same base. • Recognize geometrically three coplanar vectors $\vec{u}$, $\vec{v}$ and $\vec{w}$. • Characterize the plane determined by three non-colinear points A,B,C as the set of points M such that : $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$, α and β being arbitrary real constants.	The definition of a vector, the notations and properties in plane geometry extend to space. In addition, the student will learn a new notation, that of the three vectors $\vec{u}$, $\vec{v}$ and $\vec{w}$, coplanar by an equality of the form $\vec{w} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$ where α and β are two non-zero real numbers. Note that in space with Cartesian coordinates system $(O ; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$: • The line of reference $(O ; \vec{i})$ is the axis of abscissas, the line of reference $(O ; \vec{j})$ is the axis of ordinates, and the line of reference $(O ; \vec{k})$ is the axis of elevation. • The notation $A(x , y , z)$ means that the point A has as abscisse x , as ordinate y and z as elevation.

<table>
<tr><th>CONTENTS</th><th>OBJECTIVES</th><th>COMMENTS</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>
• Know and use the property:
$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ are coplanar if any only if there exist two real numbers α and β such that $\vec{w} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{v}$ (or $\vec{v} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{w}$ or $\vec{u} = \alpha\,\vec{v} + \beta\,\vec{w}$)
.
• In space, recognize a Cartesian coordinates system $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ of origine O and base defined by three non-coplanar vectors $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$.
• Know the fact that for evry vector $\vec{u}$ in a base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, there exists a unique triplet (x, y, z) of real numbers such that : $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
• Identify the vector and scalar (coordinates) coponants of a vector, in a Cartesian coordinates system.
• Know the fact that for every M of space with Cartesian coordinates system $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, there exists a unique triplet (x, y, z) of real such that $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and that x, y and z are the coordinates of M .
• Plot a point $M(x, y, z)$ in a Cartesian coordinates system.
• Characterize analytically the colinearity of $\vec{V}(X, Y, Z)$ and $\vec{V'}(X', Y', Z')$ by the existance of a real α such that : $X' = \alpha X$, $Y' = \alpha Y$ and $Z' = \alpha Z$.
</td>
<td>
• The notation $\vec{V}(X, Y, Z)$, $\vec{V}\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}$ or $\vec{V}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ means that : the first coordinate of $\vec{V}$ is X, the second coordinate is Y and the third coordinate is Z .

One should note that analytic expressions of the properties of vectors in space form, in general, an extension of their analytic expressions in the plane. We would simply add a third dimension. It is desirable to avoid situations which do not follow this rule.
</td>
</tr>
</table>

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know and use the following relations : $X_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A$; $Y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A$; $Z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$. • Know the fact that the equality of two vectors $\overrightarrow{V}\,(X, Y, Z)$ and $\overrightarrow{V'}\,(X', Y', Z')$ is characterized by the equations $X = X'$, $Y = Y'$ et $Z = Z'$. Know and use the relations : $X_{\vec{U}+\vec{V}} = X_{\vec{U}} + X_{\vec{V}}$; $Y_{\vec{U}+\vec{V}} = Y_{\vec{U}} + Y_{\vec{V}}$ et $Z_{\vec{U}+\vec{V}} = Z_{\vec{U}}$ and $X_{k.\vec{V}} = k.X_{\vec{V}}$; $Y_{k.\vec{V}} = k.Y_{\vec{V}}$ et $Z_{k.\vec{V}} = k.$ • Calculate the coordinates of a point in space defined by a vector equation (in case of the midpoint of a segment, and of the center of gravity of a triangle). • Apply analytically the colinearity of vector to prove that three points are collinear. • Know the relation between the coordinates of a point in two Cartesian coordinates system with the same base (translation of system) • Know the fact that the coordinates of a vector remain invariant in passing from a system $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ to a system $(O'; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ having the same. • Know various systems : - direct (indirect); - normed; - orthogonal; - orthonormal.	

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.2. Barycenter.	1. Characterize the barycenter of n weighted points. 2. Determine the coordinates of the barycenter in planar or spacial Catesian coordinates system. • Recognizre the following properties : - Si $\alpha + \beta = 0$, then the vector $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB}$ is independent of M ; - If $\alpha + \beta + \gamma = 0$, then the vector $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB} + \gamma\,\overrightarrow{MC}$ is independent of M ; - If $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$, then the vector $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB} + \gamma\,\overrightarrow{MC} + \delta\,\overrightarrow{MD}$ is independent of M . • Identify the barycenter G of two wheighted points. • Know and use the properties of the barycenter G of two weighted points $A(\alpha)$ and $B(\beta)$; $(\alpha + \beta \neq 0)$: - G belongs to the line (AB); - $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\,\overrightarrow{MG}$ for every point M . • Construct the barycenter G of two weighted points. • Identify the barycenter of a system of three weighted points. • Recognize and use the properties of the barycenter G of three weighted points $A(\alpha)$, $B(\beta)$ and $C(\gamma)$; $(\alpha + \beta + \gamma \neq 0)$: - G belongs to the plane (ABC); - G is the barycenter of a system consisting of one of these points, associated with its coefficients and the barycenter of the two rremaining points, aassociated with the sum of their coefficients.	$n \leq 4$. Inspite of te fact that barycentric calculus developed initially in response to the needs of physicists, it has become a very effective tool in geometric proof. One may use it to simplify vectorial sums, to prove colinearity of several points or concurence of several lines. The student has to relate the existence and the uniqueness of the barycenter of a system of weighted points to the sum of the coefficients associated with these points. He will also note that when we multiply all the coefficients by the same non-zero real number, the barycenter remains invariant. The student will benefit from partial barycenters in constructing the barycenter of three or four weighted points, performing some proofs and determining geometric locii.

CONTENT	OBJECTIVES	COMMENTS
	- $\alpha \overrightarrow{MA}+\beta \overrightarrow{MB}+\gamma \overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma) \overrightarrow{MG}$ for every point M. • Construct the barycenter G of three weighted points. • Identify the barycenter of four weighted points and use its properties. • Identify the isobarycenter of n points ($n \leq 4$) and characterize geometrically in case $n=2$ and $n=3$. • Determine the coordinates of the barycenter of a system of weighted points in a Cartesian system. • Use the partial barycenter to : construct a baycenter, show that several points are collinear and prove that several lines are concourant.	
2.3. Vector product.	1. Characterize the vector product of two vectors. 2. Know the properties of the vector product. 3. Isolate a vector normal to a plane. • Recognize vector product of two vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$. • Characterize the position of the point C defined by $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ where O, A and B are given. • Know and use the following properties : P_1 : $\vec{u} \wedge \vec{v} = - \vec{v} \wedge \vec{u}$; P_2 : $(\alpha \vec{u}) \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge (\alpha \vec{v}) = \alpha(\vec{u} \wedge \vec{v})$;	The properties P_1 and P_4 will be verified whereas P_2 and P_3 will be accepted. The vector product of two vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ is denoted by $\vec{u} \wedge \vec{v}$ or $\vec{u} \times \vec{v}$. The student will use the vector product mainly to determine a vector normal to a plane and to characterize the colinear of two vectors, the analytic expressions of the vector product and their applications will be seen in the third year of secondary education.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	P_3 : $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \wedge \vec{v}) + (\vec{u} \wedge \vec{w})$; P_4 : $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$, if and only if the non-zero vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ are colinear. • Use the norm of $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ to calculate the area of the parallelogram of sides [OA] and [OB] and the distance d of the point A to (OB). • Know and use the fact that $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OM}$ remains invariant if M varies on a line parrallel to (OA). • Know how to isolate a vector normal to a plane define by two non-colinear vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$.	

3. ANALYTIC STUDY (9 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Equation of a circle.	1. Characterize the Cartesian equation of a circle in an orthonormal system. 2. Relate the division of the plane of a circle into region to the power of a point with respect to a circle. 3. Determine the equation of the tangent to a circle at a given point of this circle. • Know and use the equation of the circle of center $I\,(a\,;b)$ and of radius R : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$. • Determine the center and radius of a circle knowing its equation. • Characterize the circle of diameter $[AB]$ as the set of points M such that $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$. • Know and use the aquation of a circle of diameter $[AB]$: • $(x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)=0$. • Characterize the disc as being the set of $M\ (x;y)$ such that : $(x-a)^2+(y-b)^2\le R^2$. • Calculate the power P of a point M with respect to a circle $C\,(I;R)$ by the relatuon $P=\overline{MI}^2-R^2$. • Use the power of a point to determine its position with respect to a circle. • Study the relative position of a line and a circle, and determine their points of intersection if they exist .	The purpose of this chapter is to use the scolar product to translate analytically the properties of a circle and the various positions of a line with respect to a circle. This was seen already in preceding classes. The scolar product represents a tool for finding an orthonormal system $(O;\vec{i},\vec{j})$ the equation of a circle of center I and of radius R, or the circle of diameter $[AB]$. The notion of power of a point with respect to a circle is used to determine the position of a point with respect to this circle, it also allows one to identify a quadrilateral inscribed in a circle. We should make sure to relate: - The intersection of a line and a circle to the solution of a quadratic equation; - The equation of a circle passing through three given points to the solution of a system of equations of degree one. In a circle of center I that passes through a point M, the word “radius” may denote either the segment $[IM]$ or its length. We will make the student familiar with various means to find the equation of the tangent line that passes through a point of a circle. The lines of type $\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=k^2$ et $\frac{MA}{MB}=k$ are desirable applications.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Determine the equation of a line tangent to a circle at a point of this circle. • Determine the equations of lines tangent to a circle through a point exterior to this circle.	
3.2. Scolar product in space.	1. Find the analytic expression of the scalar product in an orthonormal system in space. 2. Calculate the norm of a vector the distance between two points and the cosine of the angle of two vectors. In this chapter, the reference frame of space is $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. • Know and use the analytic expression $XX' + YY' + ZZ'$ *of* the scalar product of two vectors $\vec{V}(X, Y, Z)$ and $\vec{V'}(X', Y', Z')$. • Know the condition for two vectors $\vec{V}(X, Y, Z)$ and $\vec{V'}(X', Y', Z')$ to be orthogonal in the analytic form : $XX' + YY' + ZZ' = 0$. • Calculate analytically the norm $\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ of a vector $\vec{V}(X, Y, Z)$. • Calculate the distance between two points $A_1(x_1, y_1, z_1)$ and $A_2(x_2, y_2, z_2)$ using the relation: $A_1A_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$. • Know and use the relation $\cos(\vec{V}, \vec{V'}) = \dfrac{\vec{V}.\vec{V'}}{\Vert\vec{V}\Vert.\Vert\vec{V'}\Vert}$.	It is important to recall the definition and properties of the scolar product in the plan (first year secondary), in order to introduce the scolar product of two vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ in space. Given a point A and the vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ tsuch that: $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ and $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$, we pass from the context of space to that of plane (ABC). The product is used in space as well as in the plane, to prove that two lines are orthogonal, to calculate distances and angles and to find same geometric loii. It is desirable to characterize a plane and a sphere respectively by $\vec{u}\,.\,\overrightarrow{AM} = 0$ et $\overrightarrow{AM}\,.\,\overrightarrow{BM} = 0$. We will make sure to deal with problems that underline the scolar product as a tool that facilitates certain proofs.

4. PLANE TRANSFORMATIONS (16 h)

In the middle cycle, the transformations were introduced experimentally, as relating an intial state to a final state of a displaced plane figure. In the the secondary cycle, a transformation is viewed as a bijective mapping in the plane. Hence, the student will notice that every point of a plane has an image, not only the points that are represented in the given figure. we will base ourselves on the properties of bijections to prove that the composition of two transformations is a transformation and that the inverse transformation is also a transformation. We will base ourselves on the fact that this year, the transformations we study are isometries in order to show the properties of invariance (collinear, parallelism, barycenters, angles, distances and areas, ...) and their consequences.

In the study of a transformation, we will deal with :

- the construction of the image of a point and a figure;
- the effect of each transformation on parallelism, barycenter, angles, distances and areas;
- in case of two isometric figures, finding isometry which transforms one to the other.

Transformations will be studied in order to be used as tools in solving problems of geometric configurations, construction and geometric locii.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
4.1. Isometry. Translation.	1. Characterize an isometry. 2. Characterize a translation. 3. Study the effect of a translation on geometric figures. • Recognize a point transformation in the plane . • Define an isometry (invariance of distances). • Recognize an isometry. • Recognize a translation $t_{\vec{V}}$ by a vector $\vec{V}$. • Recognize the special translation by the zero vector. • Know that the composition of a translation $t_{\vec{V}}$ followed by a translation $t_{\vec{V}}$ is the translation $t_{\vec{V}+\vec{V}'}$.	The student already knows how to translate a figure in the plane in making it glide along a given support in a given direction by a given distance; so that a relation is established between translation and vector. We isolate the properties of a translation starting with those of bijections and vectors. We emphasize the link between vectoriel sum and composition of two translations. We denote by $t_{\vec{V}}$ the translation by a vector $\vec{V}$. One should make sure to induce the student to underline a convenient translation in geometric configurations containing key figures (parallelogram, circles of equal radius ....).

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Recognize $t_{\overrightarrow{-V}}$ the inverse translation of $t_{\overrightarrow{V}}$. • Know and use the properties of a translation : P_1 : It preserves distances (isometry); P_2 : It preserves colinearity; P_3 : It preserves parallelism; P_4 : It preserves the midpoint of a segment P_5 : It preserves the measure of oriented angles; P_6 : It preserves orthogonality; P_7 : It preserves areas; P_8 : It preserves barycenter.	
4.2. Plane rotation.	1. Characterize a plane rotation. 2. Study the effect of a plane ratation on plane geometric figures. • Recognize the rotation $r(O, \alpha)$ of center O and angle α. • Know and use the fact that the image by $R(O, \alpha)$ of the vector $\overrightarrow{AB}$ is a vector $\overrightarrow{A'B'}$ such that $A'B' = AB$ and $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) = \alpha + 2k\pi,\ k \in Z$. • Determine the image of a point a line, a vector and a circle, by $r(O, \alpha)$. • Know and use the following properties of rotation: P_1 : it preserves distances (isométry); P_2 : it preserves the colinearity; P_3 : it preserves the midpoint; P_4 : it preservesparallelism; P_5 : it preservesoriented angles; P_6 : it preservesorthogonality; P_7 : it preservesareas; P_8 : it preserve barycentre.	In an oriented plane, the student should master trigonometric knowledge relative to oriented angles in order to grasp rotations It is important to note that the center of a ratation (invariant point) in not necessarily a point of the figure in question. We denote by $r(O, \alpha)$ the rotation of center O, and angle α. One should make sure to intiate the student to underline convenient rotation in geometric configurations containing key figures (equilateral triangle, square, circle of equal radius) and to use them to solve problems in geometry. We isolate the properties of a rotation starting with those of bijections and oriented angles. We emphasize the link between the sum of oriented angles and the composition of two rotations of the same center.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Recognize $r(O, -\alpha)$ as the inverse of $r(O, \alpha)$. • Know that the composition of a rotation $r(O, \alpha)$ followed by a rotation $r(O, \alpha')$, having the same center O, is the rotation $r(O, \alpha + \alpha')$.	We treat the central symmetry as a rotation of angle π . the composition of two rotations with distinct centers is beyond the scope of this program.
4.3. Reflexion.	1. Characterize a reflexion . 2. Study the effect of a reflection on plane geometric figures. • Recognize a reflexion s_D of axis (D). • Determine the image of a point, a line, a segment, and a circle, by s_D. • Know and apply the following properties of reflexion : P_1 : it preserves distances (isométry); P_2 : it preserves parallelism; P_3 : it preserves the midpoint of a segment; P_4 : it preserves colinearity; P_5 : it preserves the geometric angles; P_6 : it preserves orthogonality; P_7 : it preserves areas; P_8 : it preserves barycenter. • Know that the composition of a reflection with itself leaves every point in the plane invariant (involution). • Recognize and construct the axis of symmetry of some figures. • Recognize the composition of two reflexions of axes (D) and (D') : • The case where (D) is parallel to (D'); • The case where (D) and (D') are concurent.	We would use the term "axial symmetry" or "orthogonal" instead of "reflexion". Through appropriate activities, the student will be trained to isolate the properties of a reflexion and to underline, for example, that the image of the "left" hand is the right "hand". It is important to note that, contrary to the case of translations and rotations, the composition of two reflexions is not a reflexion because the reflexion is an involution. In terms of activities, we may apply seperately a central symmeetry and a reflection to the same figure, in order to study their effects on oriented angles. We denote by : - s_D lthe reflexion of axis (D); - $s_D(A)$ the symmetric of A with respect to (D). We will link the axis of symmetry (D) of a figure (F) and the reflexion s_D, by noting that the image of (F) by s_D is invariant, in particular in the following cases: diameter of a circle, bissector of an angle, perpendicular bissector of a segment...

ANALYSYS (NUMERICAL FUNCTIONS) **(42 h)**

1. DEFINITIONS AND REPRESENTATION (14h)

In this class, analysis is focused mainly on the study of functions that are essentialy simple rational and irrational.
The use of a graphical calculator is desirable in class to control graphing. If available, the use of appropriate software is desirable. Likewise , an intuitive approach to limits is also desirable. As all functions studied this year are continuous on their domain of definition, it is preferable to emphazise the graphical meaning of continuity. The notion of continuous extension will be given in higher classes.
It is good to underline the practical meaning of the derrivative in geometry, kinematic and economics.
For numerical sequences we should make the students familiar with simple situations. Exhaustive treatment of sequences is to be excluded. The limit of a sequence will be studied subsequently.
The calculus of antiderrivatives will be studied only as the inverse operation of differentiation.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Limit of a function. Asymptotes.	1. Identify the limit of a function at a point a of at infinity. 2. Know the limits of the basic functions. 3. Know whether a function has a vertical, horizental or oblique asymptote. 4. State and use the properties of limits. 5. Recognize an indeterminate form and remove the indetermination. • Know the fact that $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ has no meaning except when f is defined on an interval containing a or having a as an endpoint. • For the basic functions, know the fact that $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$ where a is in their domain of definition.	Using graphical examples, we show how a function tends to a limit L when x tends to a point a. Finding oblique asymptotes will be limited to rational functions. We will use the form $f(x)= L + \varphi(x)$ with $\lim\limits_{x\to a} \varphi(x) = 0$ where a denotes one of the symbols $+\infty$ or $-\infty$ to inogurate the study of asymptotes. We emphasize the role of vertical asymptotes to distinguish between $\lim\limits_{\substack{x\to a\\x>a}} f(x)$ and $\lim\limits_{\substack{x\to a\\x<a}} f(x)$. Using numerical examples, we will note that if $f(x) > g(x)$, then $\lim\limits_{x\to a} f(x) \geq \lim\limits_{x\to a} g(x)$.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Calculate $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ in simple cases. • Know the equivalences of the following writtings: - $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ - $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-L)=0$ $f(x)=L+\varphi(x)$ with $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=0$ where a denotes one of the symbols $+\infty$ ou $-\infty$. • Know that $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ does not necessarely exist. • Calculate $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ when a is an endpoint of the domain of definition of f. • Interpret geometrically in terms of asymptotes $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ an $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$. • Calculate $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ and $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ in simple cases. • Interpret in terms of asymptotes $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L$ and $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=L$ where L is a real number. • Interpret geometrically in terms of asymptote $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(ax+b))=0$ and $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(ax+b))=0$. • Know the behaviour of a polynomial function or a rational fraction in the neighbohood of infinity. • Determine the equation of the oblique asymptote in the case of a rational function.	We note the existance of functions having no limits at $+\infty$ or $-\infty$. The indeterminate forms that we consider are all dealt with by factorization or simplification. We will show geometrically that $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, where the measure of x is expressed in radians.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know and use the limit of a sum, a product and a quotient of two functions. • Recognize the indeterminate forms and remove the indetermination. • Note that if $f(x) \geq g(x)$ on an interval containing a or having a as an endpoint, then $\lim_{x\to a} f(x) \geq \lim_{x\to a} g(x)$. • Note that if $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$ on an interval containing a or having a as an endpoint and if $\lim_{x\to a} u(x) = \lim_{x\to a} v(x) = L$, then $\lim_{x\to a} f(x) = L$. • Note that if $g(x) \leq f(x)$ and a is an endpoint of the domain of difinition of f *and* g, then: $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ and $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x\to a} g(x) = -\infty$.	
1.2. Numerical sequences. Arithmetic sequences. Geometric sequences.	1. Identify a sequence of real terms defined by the general term or by a realtion of recursion. 2. State the principal of recursion and use it to find the general term of a sequence defined by a relation of recursion of order one. 3. Caracterize an increasing or decreasing sequence. 4. Caracterize an arithmetic sequence by its first term and its ratio. 5. Calculate the general term of an arithmetic sequence and the sum of the first n terms.	A sequence of general term U_n is denoted by (U_n). A recursive sequence (U_n) is given by $\begin{cases} \text{its first term} \\ U_{n+1} = f(U_n). \end{cases}$ One should note that given U_o and a relation $U_{n+1} = f(U_n)$ does not always allow one to define a sequence (U_n). The convergence of sequences is beyond the scope of the program of this class. We will point out to the student the importance of the initial condition in reasonning by induction (a property could be hereditary without being true).

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	6. Characterize a grometric sequence by its firs term and its ratio. 7. Calculate the general term of a geometric sequence and the sum of the first n terms. • Recognize a numerical sequence as being a maping from a subset of **N** to **R**. • Calculate the terms of a numerical sequence. • Know and use the principal of reasoning by induction. • Study the variation of a numerical sequence by: - the sign of $U_{n+1} - U_n$,; - the comparison of $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ to 1 if the terms of the sequence are strictely positive; - the variation of the function of f if f is defined on $[0,+\infty[$ and $U_{n} = f(n)$. • Recognize an arithmetic sequence by its first term and its ratio. • Calculate the general term of an arithmetic sequence. • Calculate the sum of the first n terms of an arithmetic sequence. • Recognize a geometric sequence by its first term and its ratio. • Calculate the general term of a geometric sequence. • Calculate the sum of the first n terms of a geometric sequence.	We note that computing the first terms of a sequence does not allow one to deduce the global behavior of a sequence; on the other hand, it allows one to conjecture. the formulas of arithmetic and geometric sequences will serve as models for learning reasoning by induction. It is important to initiate the student to specific techniques of sequences by applying them to questions already approached with functions: increasing, decreasing, etc.

2. CONTINUITY AND DIFFERENTIATION (22h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Continuity.	1. Define the continuity of a function at a point. 2. Recognize a continuous function on a given interval. 3. Determine the intervals of continuity of the basic functions. • Know that a function f defined on an interval containing the number a is continuous at a if $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$. • Recognize graphically a continuous function on an interval contained in its domain of definition.. • Know that all basic functions are continuous on every interval of their domain of definition.	The notions of left and right continuity are not part of this program. Since it is difficult to understand the notion of continuity analytically it will only be approached graphically this year. We accept without proof the continuity of functions that we study on their domain of definition.
2.2. Derivative of function at a point.	1. Define the derrivative of a function at a point and give it a geometric and kinematics interpretation. • Recognize the rate of change of f at a : $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, and interpret its sign. • Know that the derrivative of f at a is the number $A = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ when this limit exists.	In order to introduce the notion of the value of the derrivative at a point, we require from the student to calculate limits of the rate of variations of simple functions.the notion of differentiation at a point has 3 inseperable aspects: • The geometric aspect, which leads to the notion of tangent. • The numerical aspest, which introduces the approximation of a numerical function in the neiborhood of a point by a linear function. • The kinematic aspect related to the concept of instantaneous velocity.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know that the volue of the derrivative of f at a is the slope of the tangent to the graph of f at the point $(a, f(a))$ and that the equation of the tangent at this point is : $y - f(a) = A(x - a)$. • Know that the instanteneous velocity at time t_0 of a moving body M, where the law of time is given by $t \mapsto f(t)$, is the derrivative of f at t_0. • Know that, if the limit of the rate of change of f at a is infinite, the tangent to the graph at the point $(a, f(a))$ is parallel to the y-axis. • Know that if the derrivative of f at a is zero, the tangent to the graph at the point $(a, f(a))$ is parallel to the x-axis.	We emphasize the geometric aspect and we will deal with the two other aspects by direct applications. We will make sure to study the relative position of a curve and its tangent at a point.
2.3. Derivative function.	1. Calculate the derrivative function of each of the basic functions. 2. State and use the theorems of differentiation. • Recognize a function differentiable on an interval. • Calculate the derrivative of the basic functions. • Know and use the derrivative of $(u + v)$, $(u \cdot v)$, (au), $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{v}$, u^n, where u and v are differentiable functions. • Know that the domain of definition f' is a susbset of that of f but they are not always equal.	Starting with appropriate activities, we isolate the formulas of differentiations that the student should memorize. The derrivative function is mainly used in the study of functions. for this task, we make sure not to choose complicated functions. Although the study of differentiation is not an objective in itself, it is desirable for increasing the number of exercises in order to enable the student to master this calculus completely.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know and use the fact that a differentiable function on an interval is increasing (resp. decreasing) on this interval, if the derrivative function is positive (resp. negative); and that the derrivative of a constant function is zero. • Know that if f' is equal to zero at a point a where f changes its sign, then $f(a)$ is a local extremum of f. • Recognize graphically a function continuous at a point but not differentiable there.	
2.4. Study of functions. Polynomial functions, rational functions.	1. Study and represent graphically a rational function and an irrational function of the form $x \mapsto \sqrt{ax+b}$. • Find the domain of definition of a function. • Reduce if possible, the domain of study by considerations of parity (add even function). • Verify that a given point is a center of symmetry of the graph of a function and that a line parallel to the y-axis is an axis of symmetry of this curve. • Study the limits at the endpoints of the open intervals of the domain of difinition to find the asymptotes.	Although the study of functions, in the program of this year, appears as an objective in itself, one should not forget that this study is necessary and efficient in the approximate solutions of equations, optimisation problems and comparison of functions. Thus, it is desirable that the problems should not be limited simply to the study of a given function, but that they should be extended to situations taken from other disciplines mainly geometry. If a programmable calculator is available, we should make use of it to familiarize the student with finding an approximate solution of an equation of the form $f(x) = 0$ by the method of dichotomy and scanning. We will limit ourselves to rational functions of the form $\frac{P(x)}{Q(x)}$ where $\deg(P(x)) - \deg(Q(x)) \leq 1$.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Find the oblique asymptote of a rational function or verify that a given line is an asymptote. • Study the position of a curve with respect to its asymptote. • Syudy the position of a curve (C) representing a function f with respect to the tangent at a point of (C). • Find the derrivative and determine its sign. • Draw the table of variation summarizing the study of the function. • Draw the graph of the function.	For a good understanding of the variation of a function it would be good to graph the functions f and f' on the same graph and to read the variations of f *in terms of the graph of* f'. The study of functions such as $x \mapsto \sqrt{x}$ and $x \mapsto \left\|x^2 - 1\right\|$ enables one to introduce the notion of vertical tangent.

3. INTEGRATION (6h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Antiderrivatives of a function continuous on an interval.	1. Identify the passing of a function to an antiderrivative as the inverse operation of differentiation. 2. Know that a constant function is an antiderrivative of the zero function, and deduce the relation between two antiderrivatives of the same function on an interval I. 3. List the antiderrivatives of the basic functions and verify each one. 4. Use linearity in calculating antiderivatives.	We use $\int f(x)dx$ to denote an antiderrivative defined up to a constant of the function f. The student will learn how to find the antiderrivative that satisfies a given condition. We will compute antiderrivatives for simple functions obtained by linear combination of the basic and simple trigonometric functions. Antiderrivatives of rational functions are not in the program.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know the definition of an antiderivative of a continuous function on an interval I. • Know that a constant function is an antiderrivative of the zero function. • Know that, on an interval I, two antiderrivatives of the same function differ by a constant. • Know that a function continuous on an interval I has infinitely many antiderrivatives. • Know the antiderrivatives of functions f defined on an interval I by the following expressions: $x^n\ (n \neq -1)$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$; $\sqrt{x}$; $\cos x$; $\sin x$; $\frac{1}{\cos^2 x}$; $\frac{1}{\sin^2 x}$; $\cos ax$; $\sin ax\ (a \neq 0)$ • Find an antiderrivative of a function satisfying a given condition. • Find an antiderrivative of a function by decomposing it into sum of functions whose antiderrivative s are known • Know that kF is an antiderrivative of kf where F is an antiderrivative of f *and* k is a constant. • Linearize a trigonometric polynomial in order to calculate its antiderrivative.	We accept without proof that every continuous function on an interval I has an antiderrivative on I.

TRIGONOMETRY (15 h)

1. TRIGONOMETRIC LINES (4 h)

The notion of oriented angle, seemingly of little importance in classical geometry, finds its field of application in trigonometry and in the study of transformation; thus we will talk about transformations that preserve oriented angles and transformations that do not preserve them.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Oriented angle of two vectors	1. Define the angle of two unit vectors, of two arbitrary non-zero vectors. Principle measure. Zero angle. 2. Add two angles and use chasles relation. 3. Measure the oriented angle of two vectors. 4. Define the polar coordinates of a point in the plane with respect to a polar axis $(O,\vec{i})$. • Recognize the angle of two unit vectors. • Recognize the angle of two vectors. • Calculate the principle measure of the angle of two vectors . • Know chasles relation relative to oriented angles • Know that : $(\vec{v},\vec{u})=-(\vec{u},\vec{v})+2k\pi$ $(-\vec{u},\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi+2k\pi$ $(-\vec{u},\vec{u})=\pi+2k\pi$ $(\vec{u},\vec{v})=(-\vec{u},-\vec{v})+2k\pi=(\alpha\vec{u},\alpha\vec{v})+2k'\pi; \quad \alpha\in R^*$ $(\vec{u},\vec{u})=0+2k\pi$.	Passing from calculation of geometric angles to calculation of oriented angles presents same difficulties for the student. However, the introduction of the oriented angle of two vectors starting with that of two unit vectors and the knowledge of oriented arcs that the student has will make his work easier. We note that the notion of oriented angles of two vectors enables us to reinforce the properties of rotations. We denote by $(\vec{u},\vec{v})$ the oriented angle of two vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ as well as the measure of this angle. We say that a triangle ABC is direct if the principle measure of the angle $(\vec{AB},\vec{AC})$ is strictly positive.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know that, if A, B and C are three distinct points then : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \pi + 2k\pi$. • Recognize a direct base. • Know the formulas of passage from polar coordinates of axis $(O, \vec{i})$ to Cartesian coordinates in a direct orthonormal system $(O; \vec{i}, \vec{j})$, and vice versa.	
1.2. Basic trigonometric formulas.	1. Know and use the basic trigonometric formulas. • Know the formulas of addition expressing : $\cos(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$. • Calculate $\cos^2 a$ and $\sin^2 a$ in terms of $\cos 2a$. • Know and use the formulas expressing $\tan(a + b)$, $\tan(a - b)$, $\tan 2a$ in terms of $\tan a$ and $\tan b$. • Know and use the formulas expressing $\sin a$, $\cos a$ and $\tan a$ in terms of $\tan\frac{a}{2}$. • Know and use the formulas of transformation of : $\sin p + \sin q$, $\sin p - \sin q$, $\cos p + \cos q$ et $\cos p - \cos q$.	The formulas of addition, of duplication of arc, of linearization and transformation complete the first notions of trigonometry studied in the first year of secondary education. To facilitate memorization, it is desirable that the student derive all the formulas from only one. Hence, he can derive formulas concerning arcs associated with a given arc. Although the metric relations in a triangle are in the program of the following year it is good to practice geometric activities that show the usefulness and the efficiency of trigonometric formulas starting this year.

2. TRIGONOMETRIC EQUATIONS (7 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Solution of equations of the form $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$.	1. Solve and discuss these equations. • Know that $\sin x = a$ and $\cos x = a$ have no solutions except when $-1 \le a \le +1$. • Solve the equations of the form $\sin x = \sin \alpha$ and $\cos x = \cos \alpha$. • Solve equations of the form $\sin x = a$ and $\cos x = a$ for a special real number a such that $\lvert a \rvert \in \{0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\}$. • Use a calculator to find an approximate solution of an equation of the form $\sin x = a$ and $\cos x = a$ for an arbitrary real number a and complete the solution in **R** or in a given interval. • Use the trigonometric circle to solve the equation $\sin x = a$ and $\cos x = a$ where a is real. • Solve the equation of the form $\tan x = \tan \alpha$. • Solve the equation of the form $\tan x = a$ where $\lvert a \rvert \in \{0, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}, 1\}$. • Use a calculator to find an approximate solution of the equation $\tan x = a$ and complete the solution in **R** or a given interval. • Use the trigonometric circle to solve the equation $\tan x = a$.	

3. CIRCULAR FUNCTIONS (4 h)

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
3.1. Study of circular functions.	1. Underline the periodicity and the parity of circular functions. 2. Study the continuity and differentiability of the circular function. 3. Study the circular functions and represent them graphically. • Know that the *sine* and *cosine* functions are defined, continuous and differentiable throughout **R**. • Know that the *sine* and *cosine* function are periodic of period 2π. • Recognize the parity of the *sine* and *cosine* functions . • Know and use the derivative functions of *sine* and *cosine*. • Know that the function *cosine* is decreasing on $[0; \pi]$. • Know that the *sine function is increasing on* $[0; \pi/2]$ and decreasing on $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$. • Represent graphically the *sine* and *cosine* functions. • Know that the *tangent* function is defined, continuous and differentiable for every real x different from $(2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$. • Know that the *tangent* function is periodic of period π. • Know that the *tangent* function is odd.	The circular functions should not be studied outside the general context of functions especially because their study furnished the student with a large number of examples of simple functions on parity and periodicity. This study enables one to refine the solution of simple trigonometric equations.

<table>
<tr><th>CONTENTS</th><th>OBJECTIVES</th><th>COMMENTS</th></tr>
<tr><td></td><td>

Know and use the derivative function of the tangent function.
Know that the tangent function is increasing on $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, and that $\lim\limits_{\substack{x\to-\frac{\pi}{2}\\ x>-\frac{\pi}{2}}} \tan x = -\infty$ and that $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{\pi}{2}\\ x<\frac{\pi}{2}}} \tan x = +\infty$, and that it has as asymptotes the two lines: $x = -\frac{\pi}{2}$ and $x = \frac{\pi}{2}$.
Represent graphically the tangent function on $]-\frac{\pi}{2};+\frac{\pi}{2}[$.
Know that the tangent function is decreasing on$]0, \pi[$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \cot x = +\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to\pi\\ x<\pi}} \cot x = -\infty$, and that it has the as asymptotes the lines $x = 0$ and $x = \pi$.

</td><td></td></tr>
</table>

STATISTICS AND PROBABILITY (20 h)

1. STATISTICS (8 h)

In this class, one should work with statistical data in a continuous variable
Since statistical data in a discrete variable have already been dealt with in the first secondary, the student should now be encouraged to master the passing from a discrete variable to a continuous variable.

We point out that grouping into classes or intervals leads to a loss of information. On the other hand, various groupings for the same statistical data give a clearer idea about the study at hand.
One should note that graphical representations (histograms and polygons) do not suffice for explaining everything, they enable one however to clarify certain aspects of the study at hand.
For motivating students, it is desirable that the proposed examples be authentic and closely linked with scientific, economic and social areas.
The use of a calculator is recommended.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.1. Continuous variable, grouping into classes.	1. For the same statistical data, propose various groupings, better adapted to the study at hand. • Determine an interval $[a, b]$ of **R** that contains all the values taken by the random variable. • Recognize a class and determine its center. • Choose a partition of $[a, b]$ into a finite number of intervals (classes) with equal width. • For the same data, perform various grouping into classes. • Pass from a quantitative discrete random variable to a quantitative continuous random variable by grouping into classes.	We will limit ourselves to classes with equal width We assume that in each class or interval, the items are distributed regularly. The limits of classes should be simple values (not fractional). The number of classes to adopt depends on phenomenon at hand, on the precision of the measure desired and on the size of population at hand. When the first and last class are not determined precisely, we assume they are of the same width as other classes.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
1.2. Statistical data of items, frequencies; histogram, polygons.	1. Represent items and frequencies by histograms and polygons. • Translate information in a table of items and frequencies. • Represent items and frequencies by a histogram and a polygon. • Read the graph of items.	Graphical representation should be done in the plane in Cartesian coordinates and with a vertical scale called arithmetic. It should be clear and simple to visualize rapidly the general shape of the phenomenon at hand. It may serve to complete and translate a table of items and frequencies. It lends itself to comparisons with similar phenomena. We must avoid a complicated graph overstaffed with information.
1.3. Statistical data of items and cumulative frequencies; histogram, polygons.	1. Calculate the items and cumulative frequencies and represent them graphically. • Draw the table of cumulative items. • Draw the table of cumulative frequencies. • Represent cumulative items and frequencies by a histogram and a polygon. • Read a graph of cumulative items.	The curve of cumulative frequencies will be represented on the same graph as the histogram in the only case where the axes can be marked (equal width of classes).

2. PROBABILITY (12 h)

The notion of probability should be introduced intuitively. We will avoid theoretical explanation. One should train students to describe simple random experiments.
The aim and the purpose of the calculus of probabilities is to predict and calculate results of random situations, which occur continuously in daily life.
In our days, the calculus of probabilities is used in various domains: polls, insurance, meteorology, biology, physics, etc.
It is desirable to link probabilities to statistics by relating frequency to probability.
The proposed situations should be simple and should not involve combinatory difficulties.
It is recommended to use a calculator.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
2.1. Notion of probability.	Estimate the value of the probability of an event and verify experimentally this estimation. • Know how to estimate the value of the probability of a given situation. • Verify experimentally this estimation.	We should initiate the student to describe some random experiments of daily life using a table, or a tree to estimate the value of the probability. An event should be defined with precision, its realization should not involve any ambiguity.
2.2. Sample space. The case of equally likely events.	1. Define the terms: possibility, event, sample space, certain event, impossible event, equally likely events. • Recognize a possibility. • Recognize an event, an elementary event. • Recognize the sample space Ω. • Recognize a certain event, an impossible event $\varnothing$. • Recognize equally likely events.	We denote the certain event by Ω and the impossible event by $\varnothing$.
2.3. Properties of probability.	1. Calculate the probability of an event using the basic properties of probability. • Recognize the probability of the certain event as equal to 1 ($P(\Omega)=1$). • Know that if $A \neq \varnothing$ then $P(A) > 0$. • Know that if A is the impossible event, then $P(A) = 0$.	We note that, for an event A, the formula $P(A)=\dfrac{\text{number of favorable cases}}{\text{number of possible cases}}$ is not true except in case of equally likely events.

CONTENTS	OBJECTIVES	COMMENTS
	• Know that if $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, then $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \ldots + P(a_n)$ • Know that for an event A, $0 \le P(A) \le 1$.	
2.4. Calculus of probabilities : event (A and B), event (A or B), disjoint events, complementary events..	1. Distinguish between these events and perform calcululation. • Recognize the event (A and B). • Recognize the event (A or B). • Recognize two disjoint events. • Recognize two complementary events. • Know that if A and B are incompatible, then $P(A$ and $B) = 0$ and $P(A$ or $B)=P(A)+P(B)$. • know that for two arbitrary events A and B, $P(A$ or $B)= P(A) +P(B)- P(A$ and $B)$. • Know that if $A \text{ and } \overline{A}$ are two complementary events, then: $P(A)+P(\overline{A})=1$.	We recall previous formulas and extend them by: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ and $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ which are true only if A and B are events of the same sample space Ω. We use the formulas of arrangements and permutations.